

دورة : ديسمبر 2016

(الثالثة علوم تجريبية)

اختبار الثلاثي الأول

المدة : 3 ساعات

اختبار في مادة: الرياضيات

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (4ن)

$f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R} - \{5\}$  بجدول تغيراتها التالي و  $(c)$  هو التمثيل البياني لها في معلم متعامد

إختر فيمايلي العبارة الصحيحة

$x$	$-\infty$	1	5	11	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-
$f(x)$	$3$	$\nearrow$	$+$	$\searrow$	$7$	$-\infty$

من ملاحظتك للجدول:

(1) المنحني  $(c)$ :

(ب) يقبل مستقيما مقاربا مائلا.

(أ) يقبل مستقيما مقاربا أفقيا

(د) يقبل مستقيمين مقاربين عموديين مختلفين

(ج) لا يقبل أي مستقيم مقارب عمودي

(2) في النقطة التي فاصلتها 1 المنحني  $(c)$ :

(ب) يقبل مماسا معادلة له:  $y = -1$

(أ) يقبل مماسا معادلة له:  $x = -1$

(د) يقبل مماسا معادلة له:  $y = x - 1$

(ج) لا يقبل مماسا أفقيا.

(3) على المجموعة  $\mathbb{R} - \{5\}$  المعادلة :

(ب)  $f(x) = -1$  تقبل بالضبط حلا واحدا.

(أ)  $f(x) = 2$  تقبل على الأقل ثلاثة حلول.

د)  $e^{f(x)} = \ln e^e$  تقبل بالضبط حلين أحدهما مضاعف

ج)  $f(x) = -5$  لا تقبل أي حل.

4) انطلاقا من مركب دالتين:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = 3 \quad \text{ب)} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = 3 \quad \text{أ)}$$

$$\lim_{x \rightarrow 5} \sqrt{f(x)} = +\infty \quad \text{د)} \quad \square \quad \text{ج) الدالة } x \mapsto [f(x)]^2 \text{ معرفة على}$$

التمرين الثاني(4):

$$(1) \text{ علما أن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty \text{ برهن أن: } \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$(2) \text{ برهن أن: } \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2017} - 1}{x - 1} = 2017$$

$$(3) \text{ أوجد } \lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(1 + \frac{1}{x}\right)$$

$$(4) \text{ أوجد } \lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$$

التمرين الثالث(5):

هل صحيح أم خاطئ ما يلي مع التبرير:

1) إذا كان مماس منحنى الدالة  $f$  عند النقطة ذات الفاصلة  $-2$ ، موازيا للمستقيم ذي المعادلة  $y = \frac{x}{2}$  فإن  $f'(-2) = 4$ .

2) إذا كان من أجل كل عدد حقيقي  $x$  حيث  $x > -\frac{1}{2}$  فإن  $\frac{x-1}{2x+1} \leq f(x) \leq \frac{x+1}{2x+1}$  فإن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$ .

3) المعادلة:  $x^5 + \sqrt{x} - 3 = 0$  تقبل حلا وحيدا في مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة  $R^+$ .

4) للمعادلة:  $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$  حلان في مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$ .

5) من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $e^{\ln x} = \ln e^x$ .

التمرين الرابع(7):

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $R^*$  بـ  $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 6x + 3}{4x}$  وليكن  $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوى المنسوب

الى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أولاً:

(1) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند أطراف مجالها تعريفها واستنتج مستقيماً مقارباً للمنحني  $(C_f)$

(2) تحقق أن مشتقة الدالة  $f$  تعرف بالدستور:  $f'(x) = \frac{(x-1)(2x^2+3x+3)}{4x^2}$

(3) حدد إتجاه تغيرات الدالة  $f$  ثم ضع جدول تغيراتها.

من أجل كل عدد حقيقي  $x$  موجب تماماً نضع:  $g(x) = f(x) - xf'(x)$

(4) بين أن المعادلتين:  $g(x) = 0$  و  $-x^3 + 6x + 6 = 0$  متكافئتان.

(5) بين أن المعادلة:  $-x^3 + 6x + 6 = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث:  $2,8 < \alpha < 2,9$

(6) نضع:  $A = \frac{f(\alpha)}{\alpha}$ . تحقق أن:  $A = f'(\alpha)$

(7) أ) بين أن المماس  $(T_\alpha)$  للمنحني  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة  $\alpha$  له معادلة من الشكل:  $y = Ax$

ج) برهن أن  $(T_\alpha)$  هو المماس الوحيد للمنحني  $(C_f)$  والذي يشمل المبدأ (نفرض وجود مماس آخر في النقطة ذات الفاصلة  $x_0$  حيث:  $x_0 > 0$ )

دورة : ديسمبر 2016

(الثالثة علوم تجريبية)

اختبار الثلاثي الأول

المدة : 3 ساعات

اختبار في مادة: الرياضيات

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (4 ن)

الدالة  $f$  معرفة بجدول التغيرات التالي:

$x$	$-\infty$	$-1$	$3$	$+\infty$
$f(x)$	$2$	$-5$	$+\infty$	$2$

(1) أ) بين أن المعادلة:  $f(x) = 0$  تقبل حلين على مجال تعريفها.

ب) عين مجالين تكون فيهما الدالة  $f$  مستمرة وغير رتيبة.

(2) أ) حدد اتجاه تغير الدالة:  $x \rightarrow \sqrt{\ln x}$  على المجال  $]3; +\infty[$

ب) حدد عدد حلول المعادلة:  $e^{f(x)} = 1$ .

(3) لتكن  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]3; +\infty[$  بالشكل:  $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

- أوجد:  $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$  ثم  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(4) أ) عين معادلة لمماس منحنى  $f$  عند الفاصلة  $-1$

ب) نشير بالرمز  $g'$  لمشتقة الدالة  $g$ . حدد إشارة:  $g'(x)$

التمرين الثاني: (4 ن)

الشكل في أسفل الصفحة 3/3 هو التمثيل البياني (C) في معلم متعامد متجانس لدالة  $f$  معرفة وقابلة

للإشتقاق على المجال  $[-2,4]$  ،  $A$  النقطة من  $(C)$  ذات الفاصلة  $-1$  ،  $B$  النقطة من  $(C)$  ذات الفاصلة  $0$  والمماس للمنحني  $(C)$  في  $A$  أفقي المستقيم  $(T)$  مماس للتمثيل البياني  $(C)$  في النقطة  $B$  ،  $f'$  الدالة المشتقة للدالة  $f$

(1) أحسب  $f'(-1)$  وحدد إشارة  $f'(2)$

(2) أعط تفسيراً بيانياً للعدد  $f'(0)$  ثم أحسبه.

(3) عين معادلة للمماس  $(T)$ .

(4) العددان  $a, b$  حقيقيان نقبل أن الدالة  $f$  معرفة بالدستور:  $f(x) = (ax+b)e^{-x}$

(أ) أحسب عبارة  $f'(x)$  بدلالة  $a, b, x$

(ب) باستعمال نتائج من البيان تحقق أن:  $f(x) = (x+2)e^{-x}$

التمرين الثالث: (5 ن)

هل صحيح أم خاطئ ما يلي مع التبرير:

1) إذا كان مماس منحني الدالة  $f$  عند النقطة ذات الفاصلة  $-2$  ، موازياً للمستقيم ذي المعادلة  $y = \frac{x}{2}$  فإن  $f'(-2) = 4$  .

2) إذا كان من أجل كل عدد حقيقي  $x$  حيث  $x > -\frac{1}{2}$  :  $\frac{x-1}{2x+1} \leq f(x) \leq \frac{x+1}{2x+1}$  فإن:  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$

3) للمعادلة:  $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$  حلان في مجموعة الأعداد الحقيقية  $R$  .

4)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x} = 1$

5) من أجل كل عدد حقيقي  $x$  فإن:  $e^{\ln x} = \ln e^x$

التمرين الرابع: (7 ن)

نعرف الدالة  $f$  على المجالين:  $]-\infty, -1[$  و  $]-1, +\infty[$  كما يلي:  $f(x) = 3x - 1 - \frac{x-1}{(x+1)^2}$

وليكن  $(c_f)$  منحني الدالة  $f$  في المستوي المزود بالمعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة  $2cm$ )

1) أحسب نهايات  $f$  عند حدود مجالي تعريفها

2) بين أن  $(c_f)$  يقبل مقاربين أحدهما مائل  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له.

3) بين أن  $(c_f)$  يشترك مع مقاربه المائل في نقطة يطلب تعيين إحداثيها، ثم حدد وضعية  $(c_f)$  مع  $(\Delta)$

4) عين نقط تقاطع  $(c_f)$  مع المستقيمين المعرفين بمعادلتين لهما:  $y=2$ ،  $y=0$

5) تحقق أن عبار مشتقة الدالة  $f$  معرفة كما يلي:  $f'(x) = \frac{xp(x)}{(x+1)^3}$  حيث  $p(x)$  كثير حدود من الدرجة الثانية

6) أدرس إتجاه تغير الدالة  $f$

7) أرسم  $(c_f)$

