

دورة : ديسمبر 2016

(الثالثة علوم تجريبية)

اختبار الثلاثي الأول

المدة : 3 ساعات

اختبار في مادة: الرياضيات

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (4ن)

f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{5\}$ بجدول تغيراتها التالي و (c) هو التمثيل البياني لها في معلم متعامد

إختر فيمايلي العبارة الصحيحة

x	$-\infty$	1	5	11	$+\infty$	
$f'(x)$	-	0	+	+	0	-
$f(x)$	3	\nearrow	$+$	\searrow	7	$-\infty$

من ملاحظتك للجدول:

(1) المنحني (c) :

(ب) يقبل مستقيما مقاربا مائلا.

(أ) يقبل مستقيما مقاربا أفقيا

(د) يقبل مستقيمين مقاربين عموديين مختلفين

(ج) لا يقبل أي مستقيم مقارب عمودي

(2) في النقطة التي فاصلتها 1 المنحني (c) :

(ب) يقبل مماسا معادلة له: $y = -1$

(أ) يقبل مماسا معادلة له: $x = -1$

(د) يقبل مماسا معادلة له: $y = x - 1$

(ج) لا يقبل مماسا أفقيا.

(3) على المجموعة $\mathbb{R} - \{5\}$ المعادلة :

(ب) $f(x) = -1$ تقبل بالضبط حلا واحدا.

(أ) $f(x) = 2$ تقبل على الأقل ثلاثة حلول.

د) $e^{f(x)} = \ln e^e$ تقبل بالضبط حلين أحدهما مضاعف

ج) $f(x) = -5$ لا تقبل أي حل.

4) انطلاقا من مركب دالتين:

ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{f(x)} = 3$

أ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{f(x)} = 3$

د) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \sqrt{f(x)} = +\infty$

ج) الدالة $x \mapsto [f(x)]^2$ معرفة على \square

التمرين الثاني(4):

1) علما أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} = +\infty$ برهن أن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$

2) برهن أن: $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{2017} - 1}{x - 1} = 2017$

3) أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln(1 + \frac{1}{x})$

4) أوجد $\lim_{x \rightarrow +\infty} x(e^{\frac{1}{x}} - 1)$

التمرين الثالث(5):

هل صحيح أم خاطئ ما يلي مع التبرير:

1) إذا كان مماس منحنى الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة -2 ، موازيا للمستقيم ذي المعادلة $y = \frac{x}{2}$ فإن $f'(-2) = 4$.

2) إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x > -\frac{1}{2}$: $\frac{x-1}{2x+1} \leq f(x) \leq \frac{x+1}{2x+1}$ فإن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$

3) المعادلة: $x^5 + \sqrt{x} - 3 = 0$ تقبل حلا وحيدا في مجموعة الأعداد الحقيقية الموجبة R^+ .

4) للمعادلة: $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$ حلان في مجموعة الأعداد الحقيقية R .

5) من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $e^{\ln x} = \ln e^x$

التمرين الرابع:(7)

نعتبر الدالة f المعرفة على R^* بـ $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 6x + 3}{4x}$ وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب

الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

أولاً:

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالها تعريفها واستنتج مستقيماً مقارباً للمنحني (C_f)

(2) تحقق أن مشتقة الدالة f تعرف بالدستور: $f'(x) = \frac{(x-1)(2x^2+3x+3)}{4x^2}$

(3) حدد إتجاه تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها.

من أجل كل عدد حقيقي x موجب تماماً نضع: $g(x) = f(x) - xf'(x)$

(4) بين أن المعادلتين: $g(x) = 0$ و $-x^3 + 6x + 6 = 0$ متكافئتان.

(5) بين أن المعادلة: $-x^3 + 6x + 6 = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $2,8 < \alpha < 2,9$

(6) نضع: $A = \frac{f(\alpha)}{\alpha}$. تحقق أن: $A = f'(\alpha)$

(7) أ) بين أن المماس (T_α) للمنحني (C_f) في النقطة ذات الفاصلة α له معادلة من الشكل: $y = Ax$

ج) برهن أن (T_α) هو المماس الوحيد للمنحني (C_f) والذي يشمل المبدأ (نفرض وجود مماس آخر في النقطة ذات الفاصلة x_0 حيث: $x_0 > 0$)

دورة : ديسمبر 2016

(الثالثة علوم تجريبية)

اختبار الثلاثي الأول

المدة : 3 ساعات

اختبار في مادة: الرياضيات

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (4 ن)

الدالة f معرفة بجدول التغيرات التالي:

x	$-\infty$	-1	3	$+\infty$
$f(x)$	2	-5	$+\infty$	2

(1) أ) بين أن المعادلة: $f(x) = 0$ تقبل حلين على مجال تعريفها.

ب) عين مجالين تكون فيهما الدالة f مستمرة وغير رتيبة.

(2) أ) حدد اتجاه تغير الدالة: $x \rightarrow \sqrt{\ln x}$ على المجال $]3; +\infty[$

ب) حدد عدد حلول المعادلة: $e^{f(x)} = 1$.

(3) لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]3; +\infty[$ بالشكل: $g(x) = \frac{1}{f(x)}$

- أوجد: $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$ ثم $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

(4) أ) عين معادلة لمماس منحنى f عند الفاصلة -1

ب) نشير بالرمز g' لمشتقة الدالة g . حدد إشارة: $g'(x)$

التمرين الثاني: (4 ن)

الشكل في أسفل الصفحة 3/3 هو التمثيل البياني (C) في معلم متعامد متجانس لدالة f معرفة وقابلة

للإشتقاق على المجال $[-2,4]$ ، A النقطة من (C) ذات الفاصلة -1 ، B النقطة من (C) ذات الفاصلة 0 والمماس للمنحني (C) في A أفقي المستقيم (T) مماس للتمثيل البياني (C) في النقطة B ، f' الدالة المشتقة للدالة f

(1) أحسب $f'(-1)$ وحدد إشارة $f'(2)$

(2) أعط تفسيراً بيانياً للعدد $f'(0)$ ثم أحسبه.

(3) عين معادلة للمماس (T) .

(4) العددان a, b حقيقيان نقبل أن الدالة f معرفة بالدستور: $f(x) = (ax+b)e^{-x}$

(أ) أحسب عبارة $f'(x)$ بدلالة a, b, x

(ب) باستعمال نتائج من البيان تحقق أن: $f(x) = (x+2)e^{-x}$

التمرين الثالث: (5 ن)

هل صحيح أم خاطئ ما يلي مع التبرير:

1) إذا كان مماس منحني الدالة f عند النقطة ذات الفاصلة -2 ، موازياً للمستقيم ذي المعادلة $y = \frac{x}{2}$ فإن $f'(-2) = 4$.

2) إذا كان من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x > -\frac{1}{2}$: $\frac{x-1}{2x+1} \leq f(x) \leq \frac{x+1}{2x+1}$ فإن: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{1}{2}$

3) للمعادلة: $e^{2x} + 2e^x - 3 = 0$ حلان في مجموعة الأعداد الحقيقية R .

4) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{3x} - 1}{x} = 1$

5) من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $e^{\ln x} = \ln e^x$

التمرين الرابع: (7 ن)

نعرف الدالة f على المجالين: $]-\infty, -1[$ و $]-1, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = 3x - 1 - \frac{x-1}{(x+1)^2}$

وليكن (c_f) منحني الدالة f في المستوي المزود بالمعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (الوحدة $2cm$)

1) أحسب نهايات f عند حدود مجالي تعريفها

2) بين أن (c_f) يقبل مقاربين أحدهما مائل (Δ) يطلب تعيين معادلة له.

3) بين أن (c_f) يشترك مع مقاربه المائل في نقطة يطلب تعيين إحداثيها، ثم حدد وضعية (c_f) مع (Δ)

4) عين نقط تقاطع (c_f) مع المستقيمين المعرفين بمعادلتين لهما: $y=2$ ، $y=0$

5) تحقق أن عبار مشتقة الدالة f معرفة كما يلي: $f'(x) = \frac{xp(x)}{(x+1)^3}$ حيث $p(x)$ كثير حدود من الدرجة الثانية

6) أدرس إتجاه تغير الدالة f

7) أرسم (c_f)

