ثانوية: زريمش عيسى (حمام دباغ) 19 أفريل 2017

فرض الثلاثي الثالث في الرياضيات 3عتج

المدة : ساعة

الاسئلة :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+1-e^{-\frac{x}{2}}$

و $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، الوحدة $2cm$

I) 1/ أ*/ حدّد نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ب*/ ادرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2/ أ*/بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب للمنحنى $(\mathcal{C})$ عند $+\infty$

ب*/ أدرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم (D).

3/ أ*/ بين ان المنحنى $(\mathcal{C})$ يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (D') الذي معادلته $3x-2y+1=0$ ، يطلب كتابة معادلة المماس (T)

ب*/ ارسم (D) ، (T) و $(\mathcal{C})$.

II) n عدد طبيعي غير معدوم ، A_n مساحة الحيز المستوي المحدد بـالمنحنى $(\mathcal{C})$ و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=n$ و $x=n+1$ بـ cm^2

1/ أحسب A_2.

2/ بين أن (A_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الاول A_1 .

3/ أ*/ عبر بدلالة n عن المجموع : $S_n=A_1+A_2+A_3+.....+A_n$

ب*/ ماذا يمثل المجموع S_n بيانيا ؟ أحسب نهاية المتتالية (S_n).

ثانوية: زريمش عيسى (حمام دباغ) 19 أفريل 2017

فرض الثلاثي الثالث في الرياضيات 3عتج

المدة : ساعة

الاسئلة :

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x+1-e^{-\frac{x}{2}}$

و $(\mathcal{C})$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، الوحدة $2cm$

I) 1/ أ*/ حدّد نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

ب*/ ادرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

2/ أ*/بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب للمنحنى $(\mathcal{C})$ عند $+\infty$

ب*/ أدرس وضعية المنحنى $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم (D).

3/ أ*/ بين ان المنحنى $(\mathcal{C})$ يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (D') الذي معادلته $3x-2y+1=0$ ، يطلب كتابة معادلة المماس (T)

ب*/ ارسم (D) ، (T) و $(\mathcal{C})$.

II) n عدد طبيعي غير معدوم ، A_n مساحة الحيز المستوي المحدد بـالمنحنى $(\mathcal{C})$ و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=n$ و $x=n+1$ بـ cm^2

1/ أحسب A_2.

2/ بين أن (A_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الاول A_1 .

3/ أ*/ عبر بدلالة n عن المجموع : $S_n=A_1+A_2+A_3+.....+A_n$

ب*/ ماذا يمثل المجموع S_n بيانيا ؟ أحسب نهاية المتتالية (S_n).

II) n عدد طبيعي غير معدوم ، A_n مساحة الحيز المستوي المحدد بـالمنحنى $(\mathcal{C})$ و المستقيم (D) و المستقيمين اللذين معادلتيهما : $x=n$ و $x=n+1$ بـ cm^2

تصحيح فرض الثلاثي الثالث في الرياضيات – 3عتج .....أفريل 2017

I) 1/أ/ تحديد نهايات الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$: $f(x)=x+1-e^{-\frac{x}{2}}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x+1-e^{-\frac{x}{2}}\right)=+\infty$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+1-e^{-\frac{x}{2}}\right)=-\infty$

ب/ دراسة إتجاه تغير الدالة f ثم تشكيل جدول تغيراتها :

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ دالتها المشتقة f'

بما ان $f'(x)=1+\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}$: $f'(x)\succ 0$ فإن الدالة f متزايدة تماما على $\mathbb{R}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$		$+$
$f(x)$	$-\infty$	0	$+\infty$

2/أ/نبين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب للمنحنى $(\mathcal{C})$ عند $+\infty$:

لدينا: $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left(-e^{-\frac{x}{2}}\right)=0$

ومنه: (D) مستقيم مقارب للمنحنى $(\mathcal{C})$ عند $+\infty$

ب/ دراسة وضعية $(\mathcal{C})$ بالنسبة للمستقيم (D):

لدينا: $f(x)-(x+1)=-e^{-\frac{x}{2}}$ بما أن $f(x)-(x+1)\prec 0$

فإن $(\mathcal{C})$ يقع أسفل المستقيم (D) من أجل كل x من $\mathbb{R}$

3/ أ/ نبين ان $(\mathcal{C})$ يقبل مماسا (T) يوازي (D') الذي معادلته $3x-2y+1=0$

يطلب كتابة معادلة المماس (T) : لدينا $(D'): y=\frac{3}{2}x+\frac{1}{2}$

أي أن معامل توجيه (D') هو $\frac{3}{2}$ ، (T) يوازي (D') معناه $f'(x)=\frac{3}{2}$

$1+\frac{1}{2}e^{-\frac{x}{2}}=\frac{3}{2}$ معناه $x=0$ ومنه: $(T): y=f'(0)(x-0)+f(0)$ أي ان : $y=\frac{3}{2}x$

ب/ارسم (D) ، (T) و $(\mathcal{C})$:

1/ حساب A_2 : لدينا الدالة f مستمرة على المجال $[2;3]$

$$A_2=\int_2^3\left[(x+1)-f(x)\right]dx=\int_2^3 e^{-\frac{x}{2}}dx=-2\int_2^3\frac{-1}{2}e^{-\frac{x}{2}}dx=-2\left[e^{-\frac{x}{2}}\right]_2^3$$

ومنه: $A_2=-2\left(e^{\frac{-3}{2}}-e^{-1}\right)\times 2\times 2cm^2=\frac{8}{e}\left(1-\frac{1}{\sqrt{e}}\right)cm^2$

2/ نبين أن (A_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الاول A_1 :

$$A_n=\int_n^{n+1}\left[(x+1)-f(x)\right]dx=\int_n^{n+1}e^{-\frac{x}{2}}dx=-2\int_n^{n+1}\frac{-1}{2}e^{-\frac{x}{2}}dx=-2\left[e^{-\frac{x}{2}}\right]_n^{n+1}$$

و منه : $A_n=-2\left(e^{-\frac{n+1}{2}}-e^{-\frac{n}{2}}\right)\times 2\times 2=8\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^n\left(1-\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$

$$A_{n+1}=8\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^{n+1}\left(1-\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)\left[8\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^n\left(1-\frac{1}{\sqrt{e}}\right)\right]=\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)A_n$$

ومنه (A_n) متتالية هندسية أساسها $q=\frac{1}{\sqrt{e}}$ و حدها الاول A_1

$$:A_1=8\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)\left(1-\frac{1}{\sqrt{e}}\right)=\frac{8}{\sqrt{e}}\left(1-\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$$

3/ أ التعبير بدلالة n عن المجموع : $S_n=A_1+A_2+A_3+.....+A_n$

$$S_n=A_1\left[\frac{1-q^n}{1-q}\right]=\frac{8}{\sqrt{e}}\left(1-\frac{1}{\sqrt{e}}\right)\left[\frac{1-\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^n}{1-\frac{1}{\sqrt{e}}}\right]=\frac{8}{\sqrt{e}}\left(1-\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^n\right)$$

ب/ارسم (D) ، (T) و $(\mathcal{C})$:

ب/ ماذا يمثل المجموع S_n بيانيا ؟

المجموع S_n يمثل مساحة الحيز من المستوي المحدد بالمنحنى $(\mathcal{C})$ و المستقيم (D) و المستقيمين الذين معادلتاهما $x=1$ و $x=n+1$

حساب نهاية المتتالية (S_n):

بما ان $q=\frac{1}{\sqrt{e}}\in]0;1[$ فـإن $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)^n=0$

ومنه: $\lim\limits_{x\to+\infty}S_n=\frac{8}{\sqrt{e}}$