

فرض الفصل الثالث في مادة الرياضيات

2017/04/20 . ٤٤

عاج موضوعا واحدا على اختيار

الموضوع الأول

التمرين الأول :

في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{u}; \vec{v})$ . نعتبر النقط  $A, B, C$  و  $D$

ذات اللاحقات  $Z_A = \sqrt{3} - i$  ؛  $Z_B = \sqrt{3} + i$  ؛  $Z_C = 2i$  و  $Z_D = -\sqrt{3} - i$  على الترتيب .

أ - علم النقط  $A, B, C$  و  $D$  .

ب - اكتب العدد  $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$  على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسّي . استنتج طبيعة المثلث  $ABC$  .

ج - تحقق أن النقط  $A, B, C$  و  $D$  تنتمي إلى الدائرة التي مركزها  $O$  يطلب تعيين نصف قطرها .

(2) لنعتبر التحويل النقطي  $S$  الذي يحول  $O$  إلى  $A$  و يحول  $C$  إلى  $D$  .

أ - اثبت أن التحويل  $S$  هو تشابه مباشر ثم عين عناصره المميزة ( المركز و النسبة و الزاوية ) .

ب - تحقق أن صورة النقطة  $B$  بالتشابه  $S$  هي النقطة  $C$  .

(3) لتكن النقطة  $G$  مرجح النقط  $A, B, C$  المرفقة بالمعاملات  $1, -1, 2$  على الترتيب .

- عين احداثي النقطة  $G$  .

التمرين الثاني :

( $u_n$ ) المتتالية العددية المعرفة بـ :  $u_0 = 3$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

$$u_{n+1} = \left( \frac{2a+1}{3} \right) u_n - \frac{2a+4}{3} \text{ ، حيث } a \text{ وسيط حقيقي .}$$

(1) عين قيمة  $a$  التي من أجلها تكون المتتالية ( $u_n$ ) ثابتة .

(2) نفرض  $a \neq \frac{5}{2}$  . عين قيمة  $a$  حتى تكون المتتالية ( $u_n$ ) حسابية ، ثم أحسب عندئذ  $u_n$

ومجموع  $n$  حدا الأولى من المتتالية .

(3) عين قيمة  $a$  حتى تكون المتتالية ( $u_n$ ) هندسية ثم عين في هذه الحالة كلا من  $u_{50}$  ومجموع 50 حد الأولى منها .

(4) نفرض  $a = 4$  . برهن بالتراجع أنه ، من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ، فإن :  $u_n = 3^n + 2$

$$\text{ثم بيّن أنّ : } u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n = \frac{1}{2} (3^{n+1} + 4n + 3) .$$

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول :

لتكن المتتالية  $(U_n)$  المعرفة في  $IN^*$  كما يلي :  $U_1 = 7, U_{n+1} = \alpha u_n + 5$

\* نضع من أجل  $n \in IN^*$  ،  $V_n = U_n - 6$

1) أوجد العدد الحقيقي  $\alpha$  بحيث تكون  $(V_n)$  متتالية هندسية .

و أحسب حدها الأول و أساسها في هذه الحالة .

2) نضع :  $\alpha = \frac{1}{6}$

أ°) أكتب عبارة الحد العام  $V_n$  بدلالة  $n$  .

ب°) أحسب نهاية  $(V_n)$  لما  $n$  يؤول إلى  $+\infty$   $(\lim_{n \rightarrow +\infty} V_n)$  .

ج°) استنتج  $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$  .

### التمرين الثاني :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$  ، نعتبر النقط :

.  $D(-5; 0; 1); C(0; 0; 4); B(0; 6; 0); A(3; 0; 0)$

1 - تحقق أنّ النقط  $A; B; C$  و  $C$  تعين مستويا .

2- بين أنّ الشعاع  $\vec{n}(4; 2; 3)$  هو شعاع ناظمي للمستوي  $(ABC)$  ، ثم أكتب معادلة ديكارتية له.

3 - أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم  $(\Delta)$  الذي يشمل  $D$  و يعامد المستوي  $(ABC)$  .

4 - نسمي  $H$  المسقط العمودي للنقطة  $D$  على المستوي  $(ABC)$  ، أحسب إحداثيات النقطة  $H$  .

أ - أحسب المسافة بين النقطة  $D$  و المستوي  $(ABC)$  .

ب بين أنه من أجل كل نقطة  $M$  من الفضاء :  $\overline{MD} \cdot \overline{MH} = MI^2 - ID^2$  حيث  $I$  منتصف القطعة  $[DH]$  .

استنتج مجموعة النقط  $M$  من الفضاء التي تحقق :  $\overline{MD} \cdot \overline{MH} = 0$

5 - تعتبر النقطة  $N\left(\frac{12}{5}; \frac{6}{5}; 0\right)$

- بين أنّ  $N$  هي المسقط العمودي للنقطة  $C$  عى المستقيم  $(AB)$  .