الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية قالمة

وزارة التربية الوطنية

ثانوية الشهيد رحايلي يونس بوشقوف

اختبار في مادة: الرياضيات

دورة: أفريل 2017

امتحان تجريبي رقم 01

التمرين الأول: (04 نقاط)

1ـ (u_n) متتالية حسابية متناقصة تماما معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول u_0 وأساسها r .

أ ـ عين u_0 و r علما أن: $\begin{cases} u_1+u_2+u_3=24 \\ {u_1}^2+{u_2}^2+{u_3}^2=210 \end{cases}$.

ب ـ اكتب u_n بدلالة n ، ثم احسب المجموع: $S_n=u_0+u_1+.......+u_n$.

2ـ نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=e^{14-3n}$. حيث e أساس اللوغاريتم النيبيري.

أ ـ بيّن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ وماذا تستنتج ؟.

ب ـ احسب المجموع: $S_n=v_0+v_1+....+v_n$ ، ثم احسب الجداء $P_n=v_0\times v_1\times....\times v_n$

و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} S_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} P_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

I) في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحقتهما على الترتيب :

$z_B=2$; $z_A=i$

1) حدد لاحقة النقطة B_1 صورة النقطة B بالتحاكي الذي مركزه A و نسبته $\sqrt{2}$.

2) حدد لاحقة النقطة B' صورة النقطة B_1 بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{\pi}{4}$.

II) نعتبر التحويل f الذي يرفق كل نقطة M لاحقتها z بالنقطة M' ذات اللاحقة z' بحيث: $z'=(1+i)z+1$.

1) حدد A' و B' صورتي النقطتين A و B بالتحويل f على التوالي.

أ . بين أنه $\frac{z'-z}{i-z}=-i$ لكل z يختلف للعدد i .

ب . بين أن : $\begin{cases} MM'=MA \\ \left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MM'}\right)\equiv-\frac{\pi}{2}+2k\pi/k\in\mathbb{Z} \end{cases}$ لكل نقطة M تختلف عن النقطة A. ثم استنتج طريقة لإنشاء النقطة M' انطلاقا من النقطة M حيث $M\neq A$.

2) حدد (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z بحيث : $|z-2|=\sqrt{2}$.

3) أ . بين أن : $z'-3-2i=(1+i)(z-2)$ لكل عدد مركب z .

ب . استنتج أنه إذا كانت النقطة M تنتمي إلى (Γ) فإن النقطة M' تنتمي إلى دائرة يطلب تحديد مركزها و نصف قطرها

التمرين الثالث: (05نقط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

1ـ نعتبر النقطة $A(-2;8;4)$ والشعاع $\vec{u}(1;5;-1)$ عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (d) الذي يمر من النقطة A وشعاع توجيهه $\vec{u}$

2ـ نعتبر المستويين (P) و (Q) اللذين معادلتيهما الديكارتية على التوالي: $x-y-z=7$ و $x-2z=11$.

برهن أن المستويين (P) و (Q) متقاطعين وفق مستقيم (d')، يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له .

3ـ بيّن أن المستقيمين (d) و (d') لا يقعان في نفس المستوي .

4ـ نعتبر النقطتين $H(-3;3;5)$ و $H'(3;0;-4)$

أ) تحقق أن $H\in(d)$ و $H'\in(d')$

ب) برهن أن المستقيم (HH') عمودي على المستقيمين (d) و (d')

ج) أحسب المسافة بين المستقيمين (d) و (d')، أي المسافة HH'

5ـ عين مجموعة النقط M من الفضاء بحيث: $\overrightarrow{MH'}.\overrightarrow{HH'}=126$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I ـ f الدالة العددية المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$ و (C_f) منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1ـ تحقق أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $\frac{1}{e^{-x}+1}=1-\frac{1}{e^x+1}$ واستنتج أن f دالة فردية .

2ـ أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty}f(x)$.

3ـ أ ـ بيّن أنه من اجل كل x من $\mathbb{R}$ لدينا : $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}$.

ب ـ استنتج اشارة الدالة f على $\mathbb{R}$، ثم بيّن أنه من أجل كل x من $[0;+\infty[$، $1-\frac{2}{e^x+1}\leq\frac{1}{2}x$.

4ـ بيّن أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=1-\frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$. ثم أستنتج معادلة المستقيم المقارب المائل (Δ') عند $-\infty$.

5ـ أرسم (Δ)، (Δ') و (C_f) في نفس المعلم السابق .

6ـ بيّن أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$، $\frac{1}{e^x+1}=1-\frac{e^x}{e^x+1}$، ثم استنتج دالة أصلية للدالة f على $\mathbb{R}$.

II ـ (U_n) المتتالية العددية المعرفة كما يلي : $U_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=1-\frac{2}{e^{U_n}+1}$.

1ـ بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $U_n>0$.

2ـ تحقق بإستعمال نتيجة السؤال الثالث من الجزء I، أن $U_{n+1}\leq\frac{1}{2}U_n$ لكل n من $\mathbb{N}$.

3ـ بيّن أن : $U_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty}U_n$.

ملاحظة : **انتظروا موضوع آخر** (**الحل في الأسبوع المقبل**)

أسرار النجاح : **تخطيط ـ التزام – البحث عن المعلومة**