الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية غرداية

المقاطعة رقم: 01 — دورة ماي 2017

امتحان البكالوريا التجريبي — الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة الرياضيات — المدة: 03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ للفضاء نعتبر النقاط: $A(0;0;2)$ ، $B(0;4;0)$ وَ $C(2;0;0)$

1) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) ؛ ثمّ احسب بُعد النقطة O عن المستوي (ABC) .

2) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي (P) الذي يشمل A و العمودي على (BC).

3) اكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P).

4) ماذا يمثّل المستقيم (Δ) في المثلّث ABC .

5) بيّن أنّ الجملة: $\begin{cases} x=t \\ y=4-4t \\ z=t \end{cases}$ حيث $t\in\mathbb{R}$ هي تمثيل وسيطي للمستقيم (d) المتوسط المار من B في المثلث ABC .

6) بيّن أنّ إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) هي $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$.

7) بيّن أنّ النّقطة H هي المسقط العمودي للنقطة O على المستوي (ABC).

8) احسب من جديد بُعد النّقطة O عن المستوي (ABC).

التمرين الثاني: (05 نقاط)

1) عين العددين المركبين α وَ β حيث: $\begin{cases} 3\alpha+i\beta=2-5i \\ \overline{\alpha}+i\,\overline{\beta}=-2-i \end{cases}$ حيث $\overline{\alpha}$ مرافق α و $\overline{\beta}$ مرافق β

2) المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.

A وَ B نقطتان لاحقتاهما: $z_A=-i$ وَ $z_B=-2-2i$

أ. أكتب z_A و z_B على الشكل الأسي.

ب. أحسب العدد $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{2016}$.

ج. عين قيم العدد الطبيعي n حيث يكون $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{n}$ حقيقيا .

3) z عدد مركب صورته M حيث $z\neq-2-2i$ و z' عدد مركب حيث: $z'=\frac{z+i}{z+2+2i}$

أ. عبر هندسيا عن طويلة z' بدلالة AM وَ BM، ثم استنتج (E) مجموعة النقط M حتى يكون $|z'|=1$. أرسم المجموعة (E) .

ب. عبر هندسيا عن عمدة z' بدلالة $\overrightarrow{AM}$ وَ $\overrightarrow{BM}$ ، استنتج (F) مجموعة النقاط M حيث يكون z' تخيليا صرفا، أرسم المجموعة (F) .

ج. أحسب لاحقة كل من C وَ D نقطتي تقاطع (E) وَ (F) .

د. عين مع التبرير طبيعة الرباعي $ABCD$.

التمرين الثالث: (5,5 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ بالدستور: $f(x)=x+2-2\ln|2x+1|$

(C_f) المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. خذ $\|\vec{i}\|=1cm$

.I

1. احسب نهاية $f(x)$ عندما يؤول x إلى $-\frac{1}{2}$ واستنتج المستقيم المقارب للمنحنى (C_f).
2. ادرس تغيرات الدالة f وأنشئ جدول تغيراتها.
3. أحسب إحداثيات نقطتي تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$.
4. بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) معامل توجيهه -3 وأكتب معادلته.
5. أحسب $f(-1)$ وَ $f(0)$ ، أرسم المماس (T) والمنحنى (C_f).
6. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m . عدد وإشارة حلول المعادلة: $f(x)=x+m$.

.II نعتبر الدالة العددية F للمتغير الحقيقي x المعرفة على $[0;+\infty[$ بالعبارة: $F(x)=-2x+(2x+1)\ln(2x+1)$

1. بيّن أن الدالة F أصلية على المجال $[0;+\infty[$ للدالة: $h:x\mapsto 2\ln(2x+1)$.
2. احسب بالسنتمتر المربع المساحة A للحيّز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمماس (T) والمستقيمين ذو المعادلتين $x=\frac{3}{2}$ وَ $x=0$.

.III نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ كما يلي: $g(x)=\frac{3}{2}+\left|x+\frac{1}{2}\right|-\ln(2x+1)^2$

1. أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x يختلف عن $-\frac{1}{2}$ يكون لدينا : $-1-x\neq-\frac{1}{2}$ وَ $g(-1-x)=g(x)$
2. استنتج أن (Γ) المنحنى الممثل للدالة g يقبل محور تناظر يطلب تعيين معادلته.
3. أثبت أن $g(x)=f(x)$ على مجال يطلب تعيينه.
4. استنتج إنشاء (Γ) انطلاقا من (C_f) ، ارسم (Γ) في نفس المعلم السابق.

التمرين الرابع: (5,5 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرّفة بـ $u_1=\frac{3}{2}$ ومن اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n، $u_{n+1}=u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$

1. برهن بالتراجع أن $u_n>0$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n .
2. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n . $\ln u_n=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$
3. نضع $S_n=\frac{1}{2}+\frac{1}{2^2}+\frac{1}{2^3}+\ldots+\frac{1}{2^n}$ وَ $T_n=\frac{1}{4}+\frac{1}{4^2}+\frac{1}{4^3}+\ldots+\frac{1}{4^n}$

   اعتمادا على النتيجة التالية: من أجل كل عدد حقيقي موجب x، $x-\frac{x^2}{2}\leq\ln(1+x)\leq x$

   بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $S_n-\frac{1}{2}T_n\leq\ln u_n\leq S_n$
4. عبّر بدلالة n عن كل من المجموعين S_n وَ T_n ، ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$ وَ $\lim\limits_{n\to+\infty}T_n$.
5. أ) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

   ب) نقبل النتيجة التالية: " إذا كانت متتاليتان (v_n) وَ (w_n) متقاربتان حيث من أجل كل عدد طبيعي n: $w_n\leq v_n$ فإن $\lim\limits_{n}w_n\leq\lim\limits_{n}v_n$."

   علما أن (u_n) متقاربة نحو العدد l، بين أن : $\frac{5}{6}\leq\ln l\leq 1$ ، ثم استنتج حصرا للعدد l .

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) برهن أن الدوران r ذو الزاوية α و المركز Ω ذو اللاحقة ω هو التحويل النقطي في المستوي المركب الذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث: $z'-\omega=e^{i\alpha}(z-\omega)$.

2) المستوي المركب منسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس المباشر. $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، الوحدة البيانية $1cm$

نعتبر التحويل النقطي T في هذا المستوي والذي يرفق بكل نقطة M ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z'=iz+4+4i$$

أ. عين اللاحقة ω للنقطة Ω حيث $T(\Omega)=\Omega$.

ب. بين أنه من أجل كل عدد مركب z لدينا: $z'-4i=i(z-4i)$

ج. استنتج طبيعة التحويل T وعناصره المميّزة.

3) A وَ B نقطتان لاحقتاهما: $z_A=4-2i$ وَ $z_B=-4+6i$

أ. عين لاحقتي النقطتين A' وَ B' صورتي A وَ B على الترتيب بالتحويل T.

ب. علم النقط A' ، B' ، A ، B وَ Ω في المستوي المركب.

4) نسمي p ، m ، n وَ q لواحق النقط P ، M ، N وَ Q على الترتيب منتصفات للقطع المستقيمة: $[A'B]$ ، $[BB']$ $[AA']$ وَ $[B'A]$ على الترتيب.

أ. أحسب p ، m ، n وَ q ثم علم النقط P ، M ، N وَ Q في نفس المعلم السابق.

ب. برهن أن المستقيمين (AB') وَ (ΩN) متعامدان.

ج. بين أن: $\frac{q-m}{n-m}=i$ وَ $\frac{q-p}{m-n}=1$ ثم استنتج طبيعة الرباعي $MNPQ$.

التمرين الثاني: (4,5 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

1. نعتبر المستوي (P) الذي يشمل النقطة $B(-2;1;1)$ والشعاع $\vec{n}(2;1;-5)$ ناظم له، والمستوي (P') ذو المعادلة: $2x+y+z-10=0$

أ. برهن أن المستويين (P) وَ (P') متعامدان.

ب. برهن أن المستويين (P) وَ (P') متقاطعان وفق المستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة $C(3;1;3)$ وَ الموجّه بالشعاع $\vec{u}(-1;2;0)$

ج. احسب المسافة بين النقطة $A(3;1;2)$ والمستقيم (Δ).

2. نعتبر من أجل كل عدد حقيقي t النقطة $M(3-t;1+2t;3)$ من الفضاء .

أ. عبر عن المسافة AM بدلالة t.

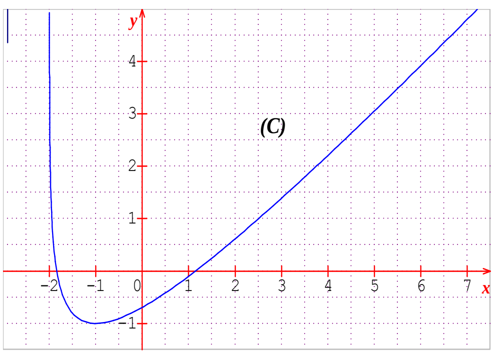
ب. h الدالة العددية للمتغير الحقيقي t معرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(t)=AM$

أدرس اتجاه تغير الدالة h واستنتج من جديد المسافة بين النقطة A و المستقيم (Δ) .

التمرين الثالث: (4,5نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x-\ln(x+2)$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ الشكل المقابل...



1) أحسب $g(-1)$ ، وبقراءة بيانية ، حدد اتجاه تغير الدالة g .

2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=3$ وَ $u_{n+1}=g(u_n)$

3) أعد رسم المنحني (C) على ورقتك المليمترية وضع على حامل محور الفواصل الحدود: u_0 ، u_1 ، u_2 وَ u_3 (لا يطلب حساب الحدود)

4) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \geq -1$

5) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة.

6) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم أحسب نهايتها.

7) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: المعرّفة بـ $v_0=0$ ومن اجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ،

$$v_n=\ln(u_0+2)(u_1+2)\ldots(u_{n-1}+2)$$

أ. أثبت أنه من أجل عدد طبيعي n: $v_n=3-u_n$

ب. أستنتج: $\lim\limits_{n}(u_0+2)(u_1+2)\ldots(u_{n-1}+2)$

التمرين الرابع: (06نقاط)

I. لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالدستور: $f(x)=\ln x-\dfrac{1}{\ln x}$ نسمي (C_f) المنحنى الممثّل للدالة f وَ (Γ) المنحنى الذي معادلته $y=\ln x$ في المستوي المزود بمعلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. أدرس ووضح النهايات للدالة f عند 1 وعند $+\infty$.

2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x>1$ لدينا: $f'(x)=\dfrac{1+(\ln x)^2}{x(\ln x)^2}$

3. أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم أنشئ جدول تغيراتها.

4. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-\ln x]$ ، قدم تفسيرا هندسيا للنتيجة.

5. وضح الوضعية النسبية للمنحنيين (C_f) وَ (Γ).

II. نريد البحث عن المماسات للمنحنى (C_f) المارة بالمبدأ O ، ليكن a عدد حقيقي من المجال $]1;+\infty[$.

1. برهن أن المماس T_a للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة a يمر بمبدأ الإحداثيات إذا و فقط إذا كان $f(a)-af'(a)=0$

لتكن g الدالة المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بالدستور: $g(x)=f(x)-xf'(x)$

2. برهن أنه على المجال $]1;+\infty[$ المعادلتين $g(x)=0$ و $(\ln x)^3-(\ln x)^2-\ln x-1=0$ لهما نفس الحلول.

3. لتكن الدالة u ذات المتغير الحقيقي t والمعرفة على $\mathbb{R}$ بالدستور: $u(t)=t^3-t^2-t-1$

أ. ادرس تغيرات الدالة u وأنشئ جدول تغيراتها.

ب. بين أن الدالة u تنعدم مرة واحدة فقط على $\mathbb{R}$.

ج. استنتج وجود مماس وحيد للمنحنى (C_f) يمر بالمبدأ O.

د. أثبت أن الحل الوحيد α للمعادلة $u(x)=0$ يحقق: $1{,}83<\alpha<1{,}84$.

هـ. استنتج أن معادلة المماس (T_{e^α}) المار من المبدأ O هي $y=\left(\dfrac{1+\alpha^2}{e^\alpha\alpha^2}\right)$.

III. الإنشاء والدراسة البيانية

1. أنشئ هـ المماس (T_{e^α}) والمنحنيين (Γ) وَ (C_f)، يعطى ما يلي: $\alpha\approx1{,}8$ وَ $e^\alpha\approx6{,}26$

2. نعتبر عدد حقيقي m ، من قراءة بيانية أدرس حسب قيم العدد الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة $f(x)=mx$ التي تنتمي إلى المجال $]1;10[$.

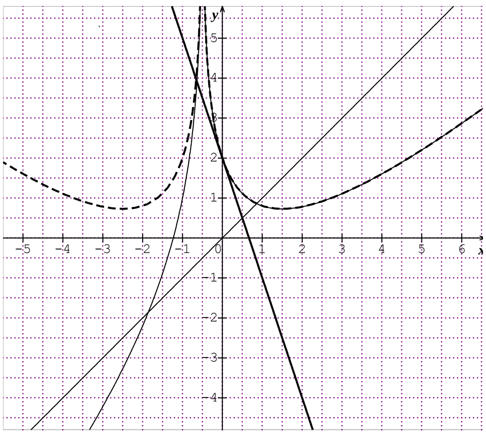
الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية
مديرية التربية لولاية غـــــرداية

حل نموذجي للامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي

ماي2017

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الأول.

العلامة		عناصر الإجابة
مجموع	مجزأة	
04 نقاط		**التمرين الأول: 04 نقاط**
	0,5 0,5	1) معادلة للمستوى (ABC): $2x+y+2z-4=0$ المسافة بين O وَ (ABC) هي: $d(O;(ABC))=\frac{4}{3}$
	0,5	2) معادلة ديكارتية للمستوى (P): $x-2y=0$
	0,5	3) تمثيلا وسيطيا للمستقيم (Δ) تقاطع المستويين (ABC) و (P). $\begin{cases} x=4t \\ y=2t \\ z=-5t+2 \end{cases}$ مع $t\in R$
	0,25	4) (Δ) هو العمود النازل من A في المثلث ABC.
	0,25+0,25	5) التحقق من أن إحداثيات كلا من النقطتين B وَ $I(1;0;1)$ منتصف القطعة $[AC]$ تحققان الجملة.
	0,5	6) إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيمين (Δ) و (d) هي: $\left(\frac{8}{9};\frac{4}{9};\frac{8}{9}\right)$
	0,5	7) $H\in(ABC)$ وَ $\overrightarrow{OH}$ يعامد (ABC).
	0,25	8) $d(O;(ABC))=OH=\frac{4}{3}$
05 نقاط		**التمرين الثاني: 05 نقطة**
	0,5	1) $\alpha=1-i$ وَ $\beta=-2+i$
	0,25+0,25 0,5 0,5	2) أ) $z_A=e^{-i\frac{\pi}{2}}$ وَ $z_B=2\sqrt{2}e^{-i\frac{3\pi}{4}}$ ب) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{2016}=\left(e^{i\frac{\pi}{4}}\right)^{2016}=e^{504i}=1$ ج) $\left(\frac{2\sqrt{2}z_A}{z_B}\right)^{n}$ حقيقيا معناه $\frac{n\pi}{4}=2k\pi$ مع $k\in Z$ أي $n=8k$.
	0,5 0,5 0,5 0,5	3) أ) $\lvert\omega'\rvert=\frac{\lvert\omega+i\rvert}{\lvert\omega+2+2i\rvert}=\frac{AM}{BM}$ $\lvert\omega'\rvert=1$ معناه $AM=BM$ مجموعة النقط هي محور القطعة المستقيمة $[AB]$ + رسم (E) ب) $\arg(\omega')=(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA})$ $\omega'\in iR$ معناه $\begin{cases}(\overrightarrow{MB};\overrightarrow{MA})=\frac{\pi}{2}+k\pi \\ M\neq A;\ M\neq B\end{cases}$ مع $k\in Z$ مجموعة النقط هي دائرة قطرها $[AB]$ باستثناء النقطتين A وَ B + رسم (F)

$\left\|\omega'\right\|=1$ و $\omega'\in iR$ معناه $\omega'=i$ أو $\omega'=-i$ أي $\omega=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$ أو $\omega=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$ وبالتالي: $z_C=-\frac{3}{2}-\frac{1}{2}i$ و $z_D=-\frac{1}{2}-\frac{5}{2}i$ د) $ABCD$ مربعا (مع التعليل)	0,5 0,5	
التمرين الثالث: 5,5 نقطة		
(1 $\lim\limits_{x\to-\frac{1}{2}} f(x)=\frac{3}{2}-2\ln(0^+)=+\infty$. للمنحني (C_f) مستقيم مقارب معادلته $x=-\frac{1}{2}$	0,25+0,25	5,5 نقاط
(2 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{+\infty}(2x+1)\left(\frac{x+2}{2x+1}-2\frac{\ln(2x+1)}{2x+1}\right)=+\infty\left(\frac{1}{2}-0\right)=+\infty$ f تقبل الاشتقاق على $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ باعتبارها مجموع دوال تقبل الاشتقاق على R و $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$. $f'(x)=1-\frac{4}{2x+1}=\frac{2x-3}{2x+1}$ f متزايدة تماما على المجالين $\left]-\infty;-\frac{1}{2}\right[$ و $\left[\frac{3}{2};+\infty\right[$ f متناقصة تماما على المجا $\left]-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right]$ $\begin{array}{c\|ccccccc} x & -\infty & & -\frac{1}{2} & & \frac{3}{2} & & +\infty \\ \hline f'(x) & & + & \\| & - & 0 & + & \\ \hline f(x) & -\infty & \nearrow & +\infty \\| +\infty & \searrow & \frac{1}{2}-\ln 4 & \nearrow & +\infty \end{array}$	0,25 0,25 0,25 0,25 0,25	
(3 $f(x)=x$ يكافئ $\ln\left\|2x+1\right\|=1$ يكافئ $x=\frac{e-1}{2}$ أو $x=\frac{-e-1}{2}$ إحداثيات نقطتي التقاطع: $\left(\frac{e-1}{2};\frac{e-1}{2}\right)$ و $\left(\frac{-e-1}{2};\frac{-e-1}{2}\right)$	0,25 0,25	
(4 $f'(x)=-3$ يكافئ $x=0$. كون للمعادلة حلا واحدا فإن المنحني (C_f) يقبل مماسا واحدا ميله -3 . معادلة للمماس (T): $y=-3x+2$	0,25+0,25 0,25	
 (5 $f(-1)=1$ و $f(0)=2$ (6 $f(x)=x+m$ حلولها هي فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيمات التي معادلتها $y=x+m$. مناقشة: إذا كان $m<2$ فإن للمعادلة حلين مختلفين في الإشارة. إذا كان $m=2$ فإن للمعادلة حلين احدهما معدوم والأخر سالب تمام. إذا كان $m>2$ فإن للمعادلة حلين متمايزين سالبين تماما. II- 1. من أجل كل x من $[0;+\infty[$ ، $F'(x)=2\ln(2x+1)$ .2 $A=\int_0^{\frac{3}{2}}[f(x)-(-3x+2)]dx\,cm^2=\left[-F(x)+2x^2\right]_0^{\frac{3}{2}}cm^2=(7,5-8\ln 2)cm^2$ III- 1. من أجل كل x من $R-\left\{-\frac{1}{2}\right\}$ ، $x\neq-\frac{1}{2}$ منه $-1-x\neq-\frac{1}{2}$	0,25 0,5 الرسم 0,25 0,25 0,25 0,25	

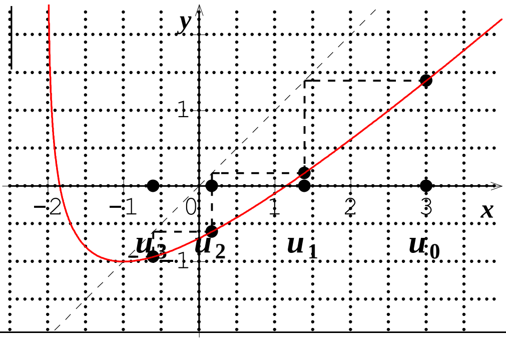
وَ $g(-1-x)=\frac{3}{2}+\left\|-1-x+\frac{1}{2}\right\|-\ln[2(-1-x)+1]^2=\frac{3}{2}+\left\|-x-\frac{1}{2}\right\|-\ln(-2x-1)^2=g(x)$		
2) استنتاج أن المنحني (C_g) يقبل محور تناظر معادلته: $x=-\frac{1}{2}$	0,25	
3) من أجل $x\in\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$ ، $g(x)=f(x)$	0,25	
4) (Γ) ينطبق على (C_g) في المجال $\left]-\frac{1}{2};+\infty\right[$. ولإتمام رسم (Γ) نأخذ نظير الجزء المرسوم بالنسبة للمستقيم ذو المعادلة $x=-\frac{1}{2}$.	0,25	
التمرين الرابع: 5,5 نقاط		
1. من أجل $n=1$ ، $u_1=\frac{3}{2}>0$ محققة (بداية التراجع) نفرض أن $u_n>0$ محققة إلى غاية الرتبة n . (فرضية التراجع) لدينا: $u_n>0$ منه $u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)>0$ أي $u_{n+1}>0$ (استنتاج التراجع)	0,25 0,25 0,5	5,5 نقاط
2. من أجل $n=1$ ، $\ln u_1=\ln\frac{3}{2}=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)$ محققة (بداية التراجع) نفرض أن $\ln u_n=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)$ محققة إلى غاية الرتبة n . (فرضية التراجع) لدينا: $\ln u_{n+1}=\ln u_n\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)=\ln u_n+\ln\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$ $=\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)+\ldots+\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)+\ln\left(1+\frac{1}{2^{n+1}}\right)$ محققة) استنتاج التراجع)	0,25 0,25 0,5	
3. $\frac{1}{2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{2^2}\le\ln\left(1+\frac{1}{2}\right)\le\frac{1}{2}$ وَ $\frac{1}{2^2}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4^2}\le\ln\left(1+\frac{1}{2^2}\right)\le\frac{1}{2^2}$ وَ... $\frac{1}{2^n}-\frac{1}{2}\times\frac{1}{4^n}\le\ln\left(1+\frac{1}{2^n}\right)\le\frac{1}{2^n}$ بالجمع طرف لطرف نحصل على: $S_n-\frac{1}{2}T_n\le\ln u_n\le S_n$	0,5	
4. $S_n=\frac{1}{2}\frac{1-\frac{1}{2^n}}{1-\frac{1}{2}}=1-\frac{1}{2^n}$ وَ $T_n=\frac{1}{4}\frac{1-\frac{1}{4^n}}{1-\frac{1}{4}}=\frac{1}{3}\left(1-\frac{1}{4^n}\right)$ $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=1$ وَ $\lim\limits_{n\to+\infty}T_n=\frac{1}{3}$.	0,5+0,5 0,5+0,5	
5. أ) من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_{n+1}-u_n=\frac{1}{2^{n+1}}u_n>0$. (u_n) متزايدة تماما. ب) $\lim\limits_{n\to+\infty}\ln u_n=\ln l$ وَ $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(S_n-\frac{1}{2}T_n\right)=\frac{5}{6}$ وَ $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n=1$ وبالتالي $\frac{5}{6}\le\ln l\le1$ من $\frac{5}{6}\le\ln l\le1$ ينتج أن $e^{\frac{5}{6}}\le l\le e$	0,25 0,5 0,25	

حل نموذجي للامتحان الأبيض لشهادة بكالوريا التعليم الثانوي

ماي2017

المقاطعة الأولى: مادة الرياضيات (شعبة علوم تجريبية) الموضوع الثاني.

عناصر الإجابة	العلامة: مجزأة	العلامة: مجموع
التمرين الأول: 05 نقاط		05نقاط
1) $r(M)=M'$ و $M \neq \Omega$ معناه $\begin{cases} \Omega M = \Omega M' \\ (\overrightarrow{\Omega M};\overrightarrow{\Omega M'}) \end{cases}$ أي $\begin{cases} \left\lvert\frac{z'-\omega}{z-\omega}\right\rvert = 1 \\ \arg\left(\frac{z'-\omega}{z-\omega}\right)=\alpha \end{cases}$ أي $\frac{z'-\omega}{z-\omega}=e^{i\alpha}$.	0.75	
2) أ) لدينا $\omega=i\omega+4+4i$ أي $\omega=4i$. ب) إثبات أن $z'-4i=i(z-4i)$. جـ) طبيعة T: T دوران مركزه النقطة $\Omega(4i)$ والزاوية $\alpha=\frac{\pi}{2}$.	3×0.25	
3) أ) $z_{A'}=6+8i$ و $z_{B'}=-2$. ب) تعليم النقط.	2×0.25 0.75	
4) أ) منتصفات القطع: $m=5+3i$ ، $n=1+7i$ ، $p=-3+3i$ و $q=1-i$. ب) إثبات أن $(B'A)$ يعامد (ΩN)، لدينا: $\frac{z_A-z_{B'}}{n-\omega}=-2i$ إذن $-\frac{\pi}{2}$ قيسا للزاوية $(\overrightarrow{\Omega N};\overrightarrow{B'A})$. ج) إثبات أن $\frac{q-m}{n-m}=i$ وأن $\frac{q-p}{m-n}=1$ ، ينتج $(\overrightarrow{MN};\overrightarrow{MQ})=\frac{\pi}{2}$ و $MN=MQ$ وأن $(PQ)//(MN)$ و $MN=PQ$ ينتج أن الرباعي $MNPQ$ مربع.	4×0.25 0.5 0.75	
التمرين الثاني: 4.5 نقطة		4.5
1) أ) المستوي (P) يعامد (P') لأن $\vec{n}.\vec{n'}=0$ حيث $\vec{n}(2;1;1)$. ب) بما أن (P) يعامد (P') فإن المستويين متقاطعان وفق مستقيم، وبما أن $C\in(P)\cap(P')$ وأن $\vec{n}.\vec{u}=0$ و $\vec{u}.\vec{n'}=0$ فإن (Δ) مستقيم التقاطع. جـ) المسافة: $u.l$ $d(A;(\Delta))=\sqrt{d^2(A;(P))+d^2(A;(P'))}=1$.	0.75 01 0.5	
2) $AM=\sqrt{5t^2+1}$. ب) بما أن $h'(t)=\frac{5t}{\sqrt{5t^2+1}}$ فإن الدالة h متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ ومناقصة تماما على المجال $]-\infty;0]$ النقطة M تمسح المستقيم (Δ)، إذن المسافة $u.l$ $d(A;(\Delta))=h(0)=1$.	0.5 1 0.75	
التمرين الثالث: 4.5 نقطة		
1) $(-1)=-1$، الدالة g متناقصة تماما على $]-2;-1]$ ومتزايدة تماما على $[-1;+\infty[$.		4.5 نقاط

<table>
<tr><td></td><td>01</td><td>2) تمثيل الحدود الأربعة الأولى على محور الفواصل.

</td></tr>
<tr><td></td><td>01</td><td>3) نبرهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n \geq -1$.
بداية التراجع: من أجل $n = 0$ لدينا: $u_0 = 3 \geq -1$ الخاصية محققة.
فرضية التراجع: نفرض أن $_n \geq -1$ محققة إلى غاية الرتبة n
برهان التراجع: نبين أن $_{n+1} \geq -1$.
لدينا من الفرضية $_n \geq -1$ وبما أن g متزايدة تماما على $]-1;+\infty[$ فإن $g(u_n) \geq -1$ أي
$u_{n+1} \geq -1$.</td></tr>
<tr><td></td><td>0.5</td><td>4) إثبات أن المتتالية (u_n) متناقصة: من أجل كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = -\ln(u_n + 2) \geq 0$
لأن $u_n \geq -1$.</td></tr>
<tr><td></td><td>0.75</td><td>5) المتتالية (u_n) متقاربة كونها متناقصة ومحدودة من الأسفل $(u_n \geq -1)$
النهاية: $\lim {}_n = l$ ومنه $\ln(l+2) = 0$ أي $l = -1$ ومنه $\lim u_n = -1$</td></tr>
<tr><td></td><td>0.75

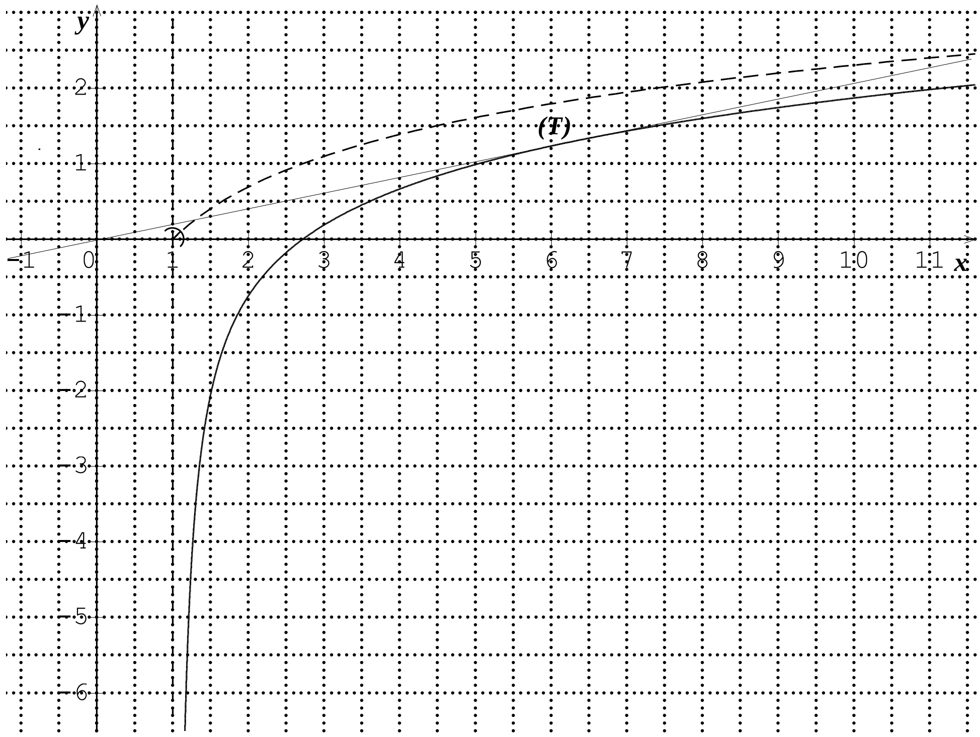
0.5</td><td>6) أ) إثبات أن $_n = 3 - u_n$:
لدينا من أجل كل عدد طبيعي $_{n+1} = u_n - \ln(u_n + 2)$ أي $\ln(u_n + 2) = u_n - u_{n+1}$ ومنه
$v_n = (u_0 - u_1) + (u_1 - u_2) + \cdots + (u_{n-1} - u_n) = u_0 - u_n = 3 - u_n$
ب) استنتاج النهاية: لدينا $\lim_{n\to+\infty}\left((u_0+2)(u_1+2)\dots(u_{n-1}+2)\right) = \lim(e^{v_n}) = e^4$.</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td>التمرين الرابع: 06 نقاط</td></tr>
<tr><td rowspan="6">6 نقاط</td><td>2×0.25
0.25

0.25
0.25</td><td>I) 1) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ ، $\lim_{\substack{x\to 1\\ >}} f(x) = -\infty$ مع التوضيح
2) حساب المشتقة: $f'(x) = \frac{(\ln x)^2+1}{x\,(\ln x)^2}$ بعد تحديد مجموعة قابلية الاشتقاق
3) الدالة f متزايدة تماما على $]1;+\infty[$،
جدول تغيراتها في المقابل.
<table><tr><td>x</td><td>1 $+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>$+$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty \nearrow +\infty$</td></tr></table></td></tr>
<tr><td>2×0.25</td><td>4) $\lim_{x\to+\infty}(f(x) - \ln x) = 0$ منه المنحنيين (C) و(Γ) متقاربان بجوار $+\infty$.</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>5) وضعية المنحنيين (C) و(Γ): $f(x) - \ln x = -\frac{1}{\ln x} < 0$ منه (C) فوق(Γ) على $]1;+\infty[$.</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>II) 1) إثبات أن المماس (T_a) للمنحنى (C) يمر من المبدأ معناه $f(a) - af'(a) = 0$.</td></tr>
<tr><td>0.25</td><td>2) إثبات أن للمعادلتين $g(x) = 0$ و $(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - \ln x - 1 = 0$ نفس الحلول.</td></tr>
<tr><td>2×0.25

2×0.25

0.25

0.25</td><td>3) أ) تغيرات الدالة u: $\lim_{t\to+\infty}(t) = +\infty$ ، $\lim_{t\to-\infty} u(t) = -\infty$.
لدينا $u'(t) = 3t^2 - 2t - 1 = (3t+1)(t-1)$ إذن u متناقصة تماما على المجال $\left[-\frac{1}{3};1\right]$
ومتزايدة تماما على المجالين $\left]-\infty;-\frac{1}{3}\right]$ و$[1;+\infty[$.
جدول التغيرات:
<table><tr><td>t</td><td>$-\infty$</td><td></td><td>$\frac{-1}{3}$</td><td></td><td>1</td><td></td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$u'(x)$</td><td></td><td>$+$</td><td>0</td><td>$-$</td><td>0</td><td>$+$</td><td></td></tr><tr><td>$u(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>$\nearrow$</td><td>$\frac{-22}{27}$</td><td>$\searrow$</td><td>-2</td><td>$\nearrow$</td><td>$+\infty$</td></tr></table>
ب) إثبات ان الدالة u تنعدم عند قيمة واحدة فقط. بتطبيق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال</td></tr>
</table>

	0.25	$[1;+\infty[$ وهي سالبة تماما على المجال $]-\infty;1]$. ج) بما المعادلة $u(t)=0$ تقبل حلا وحيدا على $\mathbb{R}$ أي المعادلة $f(x)-xf'(x)=0$ تقبل حلا وحيدا إذن يوجد مماس واحد لـ (C) يمر من المبدأ O.
	0.25	د) المعادلة $u(t)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ وبما أن $u(1.83)\times u(1.84)\cong -1.968\times10^{-4}$ فإن $1.83<\alpha<1.84$.
	0.25	هـ) بما أن حل المعادلة $u(t)=0$ هو α فإن حل المعادلة $g(x)=0$ هو $x=e^{\alpha}$ ومنه معادلة المماس $(T_{e^{\alpha}})$ المار من المبدأ من الشكل $y=\left(\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}\right)x$.
	1	III) 1) إنشاء المستقيم (T_{α}) والمنحنيين (C) و(Γ): 
	0.25	2) حلول العادلة $f(x)=mx$ على المجال $]1;10[$ بيانيا هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C) مع المستقيم ذو المعادلة $y=mx$، نميز الحالات الآتية: * إذا كان $m\in\left]-\infty;\frac{f(10)}{10}\right]$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلا واحدا على المجال $]1;10[$. * إذا كان $m\in\left]\frac{f(10)}{10};\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}\right[$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلين متمايزين على المجال $]1;10[$. * إذا كان $m=\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}}$ المعادلة $f(x)=mx$ تقبل حلا مضاعفا على المجال $]1;10[$ هو e^{α}. * إذا كان $m\in\left]\frac{1+\alpha^2}{\alpha^2e^{\alpha}};+\infty\right[$ المعادلة $f(x)=mx$ لا تقبل حلولا على المجال $]1;10[$.