الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — ثانوية شهداء أحداث براق 1956

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة : ماي 2017

الشعبة : علوم تجريبية

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب الى معلم م ، م $(o, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ المستقيم (d) المعرف بالتمثيل الوسيطي $\begin{cases} x = 2 - \frac{1}{2}t \\ y = 1 \\ z = 5 - \frac{3}{2}t \end{cases}$

حيث t وسيط حقيقي.

والنقطتين $A(2, -1, 1)$ ، $B(4, -2, 2)$ والنقطة C من (d) ذات الفاصلة 1.

- أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة مما يلي :

1. المستقيم (d) يوازي المحور $(o, \vec{j})$.
2. معادلة المستوي المار من النقطة A والعمودي على المستقيم (d) هي : $x + 3z - 5 = 0$
3. احداثيات النقطة C هي $(1, 1, 2)$.
4. قيس الزاوية الهندسية $\widehat{ABC}$ يساوي $\frac{\pi}{3}$ راديان.

التمرين الثاني : (05 ن)

1- أ) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $Z^2 - 2z + 2 = 0$ ، ثم اكتب الحلول على الشكل المثلثي.

ب) استنتج في $\mathbb{C}$ حلول المعادلة: $(-iz + 3i + 3)^2 - 2(-iz + 3i + 3) + 2 = 0$

2- نعتبر في المستوي المركب المنسوب الى م.م.م $(o, \vec{i}, \vec{j})$ النقط A, B, C ذات اللواحق على الترتيب :

$$Z_C = 2Z_B \text{ ، } Z_B = \bar{Z}_A \text{ ، } Z_A = 1 + i$$

أ. علم النقط C, B, A ثم بين أنها تنتمي الى دائرة (Γ) مركزها النقطة I ذات اللاحقة 3 ونصف قطرها $\sqrt{5}$.

ب. أحسب العدد $\frac{Z_C - 3}{Z_A - 3}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث IAC

جـ . عين لاحقة النقطة E صورة النقطة O بالانسحاب الذي شعاعه $2\overrightarrow{IC}$.

د. عين لاحقة النقطة D صورة النقطة E بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{2}$

هـ. بين أن المستقيمين (AB) و (CD) متعامدان.

التمرين الثالث : (04ن)

(U_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = 5 - \frac{4}{u_n}$.

1) أحسب U_1 و U_2 .

2) أ- برهن بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي n فإن: $2 \leq u_n \leq 4$

بـ - بين أن المتتالية (u_n) متزايدة ، ثم استنتج أنها متقاربة.

3) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن $4 - u_{n+1} \leq \frac{4-u_n}{2}$.

بـ - استنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي فإن : $0 \leq 4 - u_n \leq \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

جـ - استنتج نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الرابع : (07 ن)

I. نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 - 2\ln x$.

1. أدرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.
2. أحسب $g(1)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $]0, +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{x}{2} + \frac{1+\ln x}{x}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$.

1- أحسب نهايات الدالة f عند $+\infty$ وعند 0.

2- أ) بين أن الدالة المشتقة f' لها نفس اشارة g ، ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = \frac{x}{2}$ مقارب مائل لـ (C) عند $+\infty$، ثم أدرس وضعية (C) بالنسبة الى (Δ).

4- أ) بين أنه توجد نقطة وحيدة A من (C) يكون المماس (T) عندها موازيا لـ (Δ).

بـ) عين إحداثيتي النقطة A ثم أكتب معادلة لـ (T).

5- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0, +\infty[$ ، ثم تحقق أن: $0.34 \leq \alpha \leq 0.35$.

6- أرسم كل من (Δ)،(T)، و (C).

7- أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما : $x = \frac{1}{e}$ و $x = e$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (05 ن)

1) (u_n) متتالية حسابية متناقصة تماما حدها الأول u_0 وأساسها r.

أ. عين u_2 و r علما أن $u_1 + u_2 + u_3 = 18$ و $u_1^2 + u_2^2 + u_3^2 = 116$

ب. استنتج عبارة u_n بدلالة n

ت. استنتج بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$ ، ثم عين العدد الطبيعي n بحيث $S_n = -210$.

2) (V_n) متتالية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $V_n = e^{u_n}$.

أ. بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب. أحسب بدلالة n المجموع $T_n = v_0 + v_1 + \dots + v_n$ والجداء $P_n = v_0 \times v_1 \times \dots \times v_n$

ت. أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} T_n$ و $\lim\limits_{n \to +\infty} P_n$

التمرين الثاني : (04ن)

$(O; \overrightarrow{OA}. \overrightarrow{OB}. \overrightarrow{OC})$ معلم متعامد ومتجانس للفضاء.

1) أ- عين احداثيات النقطة G مركز ثقل المثلث ABC.

ب- بين أن المستقيم (OG) عمودي على المستوي (ABC).

جـ- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (ABC)

د- عين تمثيلا وسيطيا للمستوى (ABC)

2) لتكن النقطة $D(1;0;1)$ والنقطة H المسقط العمودي للنقطة D على (ABC).

أ. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (DH) ، ثم استنتج احداثيات النقطة H.

ب. حدد طبيعة المثلث OGH.

التمرين الثالث : (04 ن)

1) نعتبر الأعداد المركبة : $Z_1 = \left(\frac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^4$ ، $Z_2 = \frac{\sqrt{2}-i\sqrt{2}}{2}$ ، $Z_3 = \frac{Z_1}{Z_2}$

أ. أكتب على الشكل المثلثي كل من الأعداد : Z_1 ، Z_2 ، Z_3

ب. عين الشكل الجبري للعدد Z_3.

ت. استنتج القيمة المضبوطة لكل من : $\cos\frac{11\pi}{12}$ و $\sin\frac{11\pi}{12}$

ث. أحسب العدد المركب Z_3^{2017} .

2) في المستوي المركب المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o, \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر التحويل النقطي r الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z' حيث : $Z' = (1+i)Z + 1$

أ. عين طبيعة التحويل r وعناصره المميزة.

ب. A نقطة من المستوي لاحقتها Z_1 ، عين لاحقة صورة النقطة A بالتحويل r.

التمرين الرابع : (07 ن)

I. نعتبر g الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بالعبارة : $g(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$ حيث a , b و c أعداد حقيقية ، (C_g) منحنى الدالة g في معلم م.م $(o, \vec{i}, \vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$.

- عين الأعداد a , b و c بحيث يشمل (C_g) المبدأ o ويقبل عند النقطة $A(-2, -4)$ مماسا يوازي حامل محور الفواصل.

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بالعبارة : $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المعلم السابق .

1) أ- أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجالات مجموعة تعريفها مُبينا المستقيم المقارب للمنحنى (C_f) الموازي لحامل محور التراتيب .

بـ - تحقق أنه من أجل كل x من $\mathbb{R} - \{-1\}$ فإن : $f(x) = x - 1 + \frac{1}{x+1}$

جـ - استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (Δ) ، يطلب تعيين معادلة له.

د – حدد الوضع النسبي للمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ).

2) أدرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم أنشئ جدول تغيراتها .

3) بين أن النقطة $W(-1, -2)$ هي مركز تناظر للمنحنى (C_f).

4) أرسم كلا من (Δ) و (C_f) في المعلم السابق

5) أحسب بالسنتمتر مربع ، مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و $x = e - 1$

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2 - mx - m = 0$

نتمنى لكم التوفيق والنجاح في شهادة البكالوريا

انتهى الموضوع الثاني