| مديرية التربية لولاية تيسمسيلت | ثانوية: عبد الرحمان ابن خلدون |
|---|---|

المستوى: 3 ع ت يوم 15 – 05 – 2017 المدة: 3 ساعات ونصف

# بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

## الموضوع الاول

### التمرين الأول(04 ):

الفضاء منسوب الى متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$

نعتبر النقط $A(1;2;2)$، $B(1;0;1)$، $C(3;2;1)$ من الفضاء و المستوي $(P)$ الذي معادلته $z=1$ والنقطة $D$ هي المسقط العمودي للنقطة $A$ على المستوي $(P)$ و $(\Delta)$ هو المستقيم المعرف بتمثيله الوسيطي $t\epsilon\mathbb{R}$ ; $\begin{cases} x=-3+t \\ y=-4-t \\ z=1 \end{cases}$

و $(S)$ هو السطح الكروي المعرف بالمعادلة: $x^2+y^2+z^2-2x-4y-4z=0$

من بين الاجوبة المقترحة ، اختر الجواب الصحيح مع التبرير:

| | ا) | ب) | ج) | د) |
|---|---|---|---|---|
| 1) تمثيل وسيطي لـ $(B)$هو | $\begin{cases} x=1+2k \\ y=2+k \\ z=-3k \end{cases}$ ; $k\epsilon\mathbb{R}$ | $\begin{cases} x=-1+k \\ y=2+k \\ z=-3k \end{cases}$ ; $k\epsilon\mathbb{R}$ | $\begin{cases} x=1-2k \\ y=2k \\ z=1 \end{cases}$ ; $k\epsilon\mathbb{R}$ | $\begin{cases} x=1+2k \\ y=2k \\ z=3 \end{cases}$ ; $k\epsilon\mathbb{R}$ |
| 2) المستقيمان $(\Delta)$و$(BC)$ | متوازيات تماما | منطبقان | متقاطعان | ليسا من نفس المستوى |
| 3)المستقيم $(BC)$ | محتوى في المستوي $(P)$ | يقطع المستوي $(P)$ | لايوازي المستوي $(P)$ | عمودي على المستوي $(P)$ |
| 4)احداثيات النقطة $D$هي | $(1;2;-1)$ | $(1;1;2)$ | $(1;2;1)$ | $(1;2;0)$ |
| 5)السطح الكروي $(S)$: | يشمل النقطة $A$ | يقطعه المستوي $(P)$ | لايقطعه المستوي $(P)$ | مركزه ينتمي الى المستوي $(P)$ |

### التمرين الثاني(04):

لتكن $(u_n)$ المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_n=\int_n^{n+1} e^{2-x}dx$

1. احسب $u_0$ ثم اثبت مستعملا مبدا الاستدلال بالتراجع ، انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n>0$
2. احسب $u_n$ بدلالة $n$ ، وبرهن ان المتتالية $(u_n)$ متتالية هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الاول
3. ا) احسب بدلالة $n$ الفرق $u_{n+1}-u_n$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$

   ب) استنتج ان المتتالية $(u_n)$ متقاربة ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$
4. نضع ، من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $S_n=u_0+u_1+\cdots+u_n$

   احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ ، ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} S_n$

### التمرين الثالث(05):

المستوي المركب منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، لتكن النقط $A$، $B$، و $C$ التي لواحقها على الترتيب: $z_A=1+i$، $z_B=\sqrt{3}-i$، $z_C=4$

1. ا) اكتب الاعداد $z_A$،$z_B$و$\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل المثلثي ، ثم استنتج الشكل الاسي

   ب) اكتب العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على شكله الجبري ، ثم استنتج القيمة المضبوطة لكل من $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)$ و $\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right)$

2. اوجد قيمة العدد الطبيعي $n$ بحيث يكون $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = \frac{1}{8}(1-\sqrt{3}i)$، احسب $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8$

3. ليكن التحويل النقطي $S$ الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث : $z' = \frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}z$

- حدد طبيعة التحويل النقطي $S$ وعناصره المميزة

4. ا) اوجد المجموعة $(\Gamma_1)$ للنقط $M(z)$ من المستوي والتي تحقق $z = z_C + 2e^{i\theta}$ لما $\theta$ تمسح $\mathbb{R}$

ب) اوجد المجموعة $(\Gamma_2)$ للنقط $M(z)$ من المستوي والتي تحقق : $Arg(z - z_C) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$ مع $k\epsilon\mathbb{Z}$

5. اوجد صورة $(\Gamma_1)$ بالتحويل النقطي $S$، استنتج مساحتها.

## التمرين الرابع(07):

1) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = 2 - x^2e^{1-x}$

نسمي $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $||\vec{i}|| = 2cm$ و $||\vec{j}|| = 1cm$

ا) احسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

ب) بين ان $\lim_{x\to+\infty} f(x) = 2$ وفسر النتيجة هندسيا

2) ا) اثبت انه من اجل كل عدد حقيقي $x$: $f'(x) = (x^2 - 2x)e^{1-x}$

ب) شكل جدول تغيرات الدالة $f$

ج) عين معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

3) لتكن الدالة $h$ المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $h(x) = 1 - xe^{1-x}$

ا) ادرس اتجاه تغير الدالة $h$ ثم استنتج انه من اجل كل عدد حقيقي $x$ ، $h(x) \geq 0$

ب) ادرس وضعية $(C_f)$ بالنسبة لـ المماس $(T)$

4) بين ان المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ حيث $-1 < \alpha < 0$

5) انشئ المماس $(T)$ والمنحنى $(C_f)$ على المجال $[-1; +\infty[$

6) ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد حلول المعادلة : $x^2e^{1-x} = -m$

7) لتكن $F$ الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $F(x) = 2x + (x^2 + 2x + 2)e^{1-x}$

- تحقق ان $F$ دالة اصلية للدالة $f$
- بين ان $\int_1^2 f(x)dx = -3 + 10e^{-1}$

مديرية التربية لولاية تيسمسيلت | ثانوية: عبد الرحمان ابن خلدون

المستوى: 3 ع ت | يوم 15 – 05 – 2017 | المدة: 3 ساعات ونصف

# بكالوريا تجريبي في مادة: الرياضيات

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول(04 ):

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ . $(D_1)$ و $(D_2)$ مستقيمان من الفضاء معرفان بمعادلاتهما :

$(D_1): \frac{x-2}{3} = -y-1 = z-3$ و $(D_2): x+1 = \frac{y}{2} = 2-z$

1. اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من $(D_1)$ و $(D_2)$
2. بين ان $(D_1)$ و $(D_2)$ يتقاطعان في نقطة $A$ يطلب تعيين احداثياتها
3. اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(P)$ الذي يحوي المستقيمين $(D_1)$ و $(D_2)$
4. $(S)$ سطح كرة تتقاطع من المستويين الذين معادلاتهما $z=0$ ، $y=0$ على الترتيب وفق الدائرتين المعرفتين بـ:

$\begin{cases}(x-2)^2+(y+2)^2=13\\ z=0\end{cases}$ ، $\begin{cases}(x-2)^2+(z+1)^2=10\\ y=0\end{cases}$

عين الوضع النسبي لـ $(S)$ و $(P)$

### التمرين الثاني(05):

1) نعتبر في مجموعة الاعداد المركبة $\mathbb{C}$ كثير الحدود $P$ الذي متغيره $z$ حيث : $P(z) = z^3 - 4z^2 + 6z - 4$

ا) بين ان المعادلة $P(z)=0$ لاتقبل حلا تخيليا صرفا

ب) عين العددين الحقيقيين $a$، $b$ حيث : $P(z) = (z-2)(z^2+az+b)$

ج) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة $P(z)=0$

2) في المستوي المركب المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ ، الوحدة $\|\vec{u}\| = 2cm$ نعتبر النقط $A$، $B$، $C$ التي لواحقها على الترتيب : $z_A = 2$ ، $z_B = 1-i$ ، $z_C = 1+i$

ا) اكتب $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ على الشكل الجبري ، استنتج طبيعة المثلث $ABC$

ب) اكتب $z_B$ و $z_C$ على الشكل الاسي

ج) تحقق ان : $\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1437} + \sqrt{2}\left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2016} = \frac{\sqrt{2}}{2} z_C$

3) ليكن $R$ الدوران الذي مركزه $A$ ويحول $B$ الى $C$

ا) عين $\theta$ زاوية الدوران $R$

ب) اكتب العبارة المركبة للدوران $R$ ، ثم عين لاحقة النقطة $D$ صورة النقطة $C$ بالدوران $R$

4) لتكن $(\phi)$ الدائرة التي قطرها $[BC]$ ومركزها النقطة $I$ و $(\phi')$ صورتها بالدوران $R$

انشئ بعناية كلا من الدائرتين $(\phi)$ و $(\phi')$

## التمرين الثالث(04):

في الشكل المرفق $(C_f)$ هو التمثيل البياني للدالة $f$ المعرفة على المجال $]1;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x}{ln(x)}$ والمستقيم $(d)$ ذو المعادلة $y=x$. نعتبر المتتالية العددية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=5$ و $u_{n+1}=f(u_n)$

1. باستعمال التمثيل البياني للدالة $f$، مثل على محور الفواصل الحدود $u_0$،$u_1$،$u_2$،$u_4$. و اعط تخمينا حول سلوك المتتالية $(u_n)$
2. برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n \geq e$
3. ادرس اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$، ثم استنتج انها متقاربة نحو عدد حقيقي $l$ من المجال $[e;+\infty[$
4. لحساب نهاية المتتالية $(u_n)$ اثبت ان: $f(l)=l$ ثم استنتج قيمة $l$

## التمرين الرابع(07):

I. نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=x-1-\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة $g$ ، ثم شكل جدول تغيراتها
2) استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$ ثم استنتج انه من اجل $x\epsilon]0;+\infty[$ ، $\ln\left(\frac{x}{2}\right)\leq\frac{x}{2}-1\ ....(*)$

II. نعتبر الدالة $f$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=x^2-2-2x\ln x$ و $f(0)=-2$

نسمي $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{\imath};\vec{\jmath})$

1) ا) احسب نهاية الدالة $f$ عند $0$ وماذا تستنتج ؟
ب) احسب $\lim_{x\to0}\frac{f(x)+2}{x}$ ماذا تستنتج بالنسبة للدالة $f$ وبالنسبة للمنحنى $(C_f)$ ؟
ج) احسب نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$
2) ا) بين ان الدالة $f$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ وان $f'(x)=2g(x)$
ب) استنتج اشارة $f'(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$. ثم استنتج نقطة انعطاف للمنحنى $(C_f)$
3) بين ان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ على المجال $]2;3[$
4) ا) بين ان معادلة المماس $(\Delta)$ للمنحنى $(C_f)$ عند النقطة التي فاصلتها $2$ هي $y=2(1-\ln 2)x-2$
ب) باستعمال العلاقة $(*)$ حدد الوضع النسبي للمنحنى $(C_f)$ والمستقيم $(\Delta)$
5) ارسم كل من $(\Delta)$ و $(C_f)$
6) ا) احسب مشتق الدالة $x\mapsto\frac{x^2}{2}(2\ln x-1)$ على المجال $]0;+\infty[$. استنتج دالة اصلية $F$ للدالة $f$
ب) $\lambda$ عدد حقيقي موجب تماما ، احسب $A(\lambda)$ مساحة الحيز المحدد بالمنحنى $(C_f)$ والمستقيمات التي معادلاتها $y=0$، $x=\lambda$ و $x=2$ ثم احسب $\lim_{x\to0}A(\lambda)$

عبـــد اللـه علي

# التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي الاول ثالثة علـــــوم تجريبية

| السؤال | الجواب | التعليل | التنقيط |
|---|---|---|---|
| (1 | | الجملة $\begin{cases} x = 1 - 2k \\ y = 2k \quad ; k \epsilon \mathbb{R} \\ z = 1 \end{cases}$ هو تمثيل وسيطي للمستقيم $(BC)$ لان احداثيات $B$ تحقق الجملة <br> اي $k = 0$ واحداثيات $C$ تحقق ايضا الجملة اي $k = 1$ | 0.75 |
| (2 | | المستقيمان و متقاطعان لان شعاعي التوجيه غير مرتبطين خطيا و $\begin{cases} -3 + t = 1 + 2k \\ -4 - t = 2k \\ 1 = 1 \end{cases}$ <br> أي $\begin{cases} t = 0 \\ k = -2 \end{cases}$ و $M(-3; -4; 1) \epsilon (\Delta) \cap (BC)$ | 01 |
| (3 | | المستقيم $BC$ محتوى في ( ) لان $B \epsilon (P)$، $1 = 1$ و $C \epsilon (P)$ ، $1 = 1$ | 0.75 |
| (4 | | احداثيات النقطة $D$ هي $(1; 2; 1)$ لانها تحقق معادلة $(P)$ اي $1 = 1$ | 0.75 |
| (5 | | $(P)$ يقطع سطح الكرة ( ) لان $\omega(1; 2; 2)$ هي مركز $(S)$ ونصف قطرها $R = 3$ و <br> $d(\omega; (P)) = 1$ و $d < R$ | 0.75 |

| التنقيط | التصحيـــــح المفصل |
|---|---|

## التمرين 02 :

1) حساب $u_0$ ثم البرهان بالتراجع ان: $u_n > 0$

حساب $u_0$ :

$u_0 = \int_0^1 e^{2-x}dx = -[e^{2-x}]_0^1 = e^2 - e$ — 0.25

نضع $P(n) : u_n > 0$

المرحلة 01 : من اجل $n = 0$ نجد $u_0 = e^2 - e$ ومنه $u_0 > 0$

وعليه $P(0)$ محققة

المرحلة 02 : من اجل عدد طبيعي $n$، نفرض صحة $P(n)$ ونبرهن صحة $P(n+1)$ — 0.75

لدينا : $u_{n+1} = \int_{n+1}^{n+2} e^{2-x}$ وبوضع $x = t + 1$ نجد

$t = x - 1$ ومنه نجد $u_{n+1} = \int_n^{n+1} e^{2-(t+1)}$

ومنه: $u_{n+1} = \int_n^{n+1} e^{2-t} \times e^{-1}dt$ وعليه نجد

$u_{n+1} = e^{-1} \underbrace{\int_n^{n+1} e^{2-t}dt}_{>0}$ ومنه نجد : $u_{n+1} > 0$ وعليه

$P(n+1)$ محققة . من اجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n > 0$

2) حساب $u_n$ بدلالة $n$ :

$u_n = \int_n^{n+1} e^{2-x}dx = -[e^{2-x}]_n^{n+1} = (e-1)e^{1-n}$ — 0.25

3) اثبات ان $(u_n)$ متتالية هندسية :

من اجل كل عدد طبيعي $n$ :

$u_{n+1} = (e-1)e^{1-(n+1)} = \frac{1}{e} \times u_n$ — 0.5

اذن $(u_n)$ متتالية هندسية اساسها $q = \frac{1}{e}$ وحدها الاول

$u_0 = e^2 - e$ — 0.25

4) ا) تعيين اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$ :

من اجل كل عدد طبيعي $n$ ، $u_n > 0$

$u_{n+1} - u_n = (e-1)e^{-n} - (e-1)e^{1-n}$

$(e-1)e^{-n}(1-e) = -(e-1)^2e^{-n}$

نلاحظ : $u_{n+1} - u_n < 0$ وعليه المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما — 0.5

ب) استنتاج ان $(u_n)$ متقاربة :

بما ان المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما ومحدودة من الاسفل بالعدد 0 فهي متقاربة — 0.25

$\lim_{n\to+\infty} u_n = \lim_{n\to+\infty}(e-1)e^{1-n} = 0$ — 0.25

5) حساب $S_n$ :

$S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n = e^2\left(1 - \frac{1}{e^{n+1}}\right)$ — 0.5

$\lim_{n\to+\infty} S_n = \lim_{n\to+\infty} e^2\left(1 - \frac{1}{e^{n+1}}\right) = e^2$ — 0.25

## التمرين 03 :

1. ا) كتابة $z_A$،$z_B$ و$\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل المثلثي واستنتاج الشكل الاسي

لدينا $arg(z_A) = \frac{\pi}{4}$، $|z_A| = \sqrt{2}$، $arg(z_B) = -\frac{\pi}{6}$،

$|z_B| = 2$

$\left|\frac{z_A}{z_B}\right| = \frac{|z_A|}{|z_B|} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ و $arg\left(\frac{z_A}{z_B}\right) = arg(z_A) -$ — 0.75

$arg(z_B) = \frac{5\pi}{12}$

| العدد المركب | الشكل المثلثي | الشكل الاسي |
|---|---|---|
| $z_A$ | $\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)$ | $\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$ |
| $z_B$ | $2\left(\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)\right)$ | $2e^{-i\frac{\pi}{6}}$ |
| $\frac{z_A}{z_B}$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}\left(\cos\frac{5\pi}{12} + i\sin\frac{5\pi}{12}\right)$ | $\frac{\sqrt{2}}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$ |

0.25 ب) كتابة العدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ على الشكل الجبري :

$$\frac{z_A}{z_B} = \frac{1+i}{\sqrt3-i} = \frac{(1+i)(\sqrt3+i)}{(\sqrt3-i)(\sqrt3+i)} = \frac{\sqrt3-i}{4} + i\frac{\sqrt3+i}{4}$$

استنتاج القيمة المضبوطة لكل من: $\cos\frac{5\pi}{12}$ و $\sin\frac{5\pi}{12}$

لدينا مما سبق :

$\frac{z_A}{z_B} = \frac{\sqrt2}{2}\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) + i\frac{\sqrt2}{2}\sin\frac{5\pi}{12}$ بمطابقة الشكل الجبري

0.5 والمثلثي للعدد المركب $\frac{z_A}{z_B}$ نجد: $\begin{cases}\cos\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt6-\sqrt2}{4}\\ \sin\frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt6+\sqrt2}{4}\end{cases}$

1. إيجاد قيمة العدد الطبيعي n :

0.25 $\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^n = \frac18(1-\sqrt3 i)$ تكافئ $\left(\frac{\sqrt2}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}\right)^n = \frac14 e^{i\frac{5\pi}{12}}$ أي

$\left(\frac{\sqrt2}{2}\right)^n e^{i\frac{5n\pi}{12}} = \frac14 e^{i\frac{5\pi}{12}}$ : ومنه $n = 4$

0.5
$$\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^8 = \left(\left(\frac{z_A}{z_B}\right)^4\right)^2 = \left(\frac18(1-\sqrt3 i)\right)^2$$
$$= \frac{1}{16}(-2-2\sqrt3 i) = -\frac18(1+\sqrt3 i)$$

2. طبيعة التحويل النقطي $S$ وعناصره المميزة:

التحويل النقطي $S$ معادلته من الشكل $z' = az+b$

حيث $a = \frac{\sqrt2}{2}e^{i\frac{5\pi}{12}}$ و $b = 0$

0.5 بما ان و فان $S$ عبارة عن تشابه مباشر

نسبته : $k = |a| = \frac{\sqrt2}{2}$ وزاويته: $\theta = \arg(a) = \frac{5\pi}{12}$ مركزه

النقطة $O$ لان $b = 0$

3. ا) تعيين المجموعة $(\Gamma_1)$ للنقط $M(z)$ من المستوي والتي تحقق $z = z_C + 2e^{i\theta}$ لما $\theta$ تمسح $\mathbb{R}$ :

0.5 $z = z_C + 2e^{i\theta}$ تكافئ $z - z_C = 2e^{i\theta}$

تكافئ $|z - z_C| = 2$

تكافئ $CM = 2$ ومنه $(\Gamma_1)$ هي الدائرة ذات المركز $C$ ونصف القطر 2

تعيين المجموعة $(\Gamma_2)$ للنقط $M(z)$ من المستوي والتي تحقق

$\arg(z - z_C) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

0.5 يكافئ $\arg(z - z_C) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

$(\vec u; \overrightarrow{CM}) = \frac{\pi}{4} + 2k\pi$

يكافئ $M$ تنتمي الى نصف المستقيم الذي مبدؤه $C$ والموجه بالشعاع $\vec v$ حيث: $(\vec u; \vec v) = \frac{\pi}{4}$

4. إيجاد صورة المجموعة $(\Gamma_1)$ بالتحويل $S$:

0.5 لدينا $(\Gamma_1)$ هي الدائرة ذات المركز $C$ ونصف القطر 2، بما ان

التحويل $S$ تشابه مباشر فانه يحافظ على طبيعة الاشكال وعليه

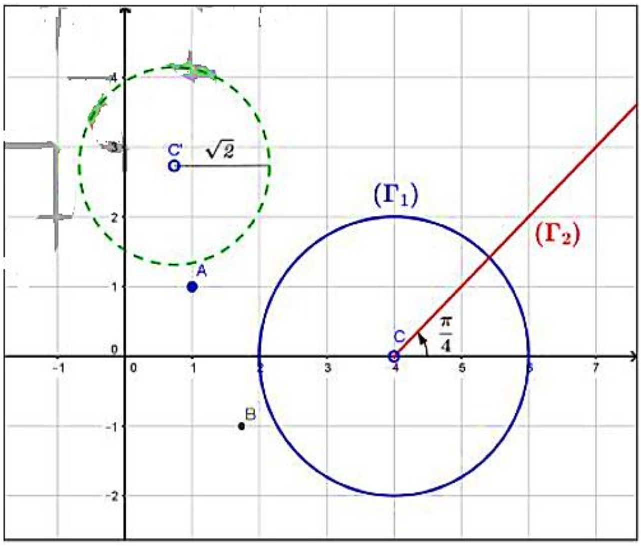
صورة $(\Gamma_1)$ بالتحويل $S$ هي الدائرة ذات المركز $C'$ ونصف $\sqrt2$

ج) الوضعية :

$f(x) - (-x+2) = xh(x)$

القطر $r'$ حيث :

$\begin{cases}C' = S(C)\\ r' = \frac{\sqrt2}{2}\times 2\end{cases}$ وبعد الحساب نجد: $\begin{cases}C' = 2\sqrt2 e^{i\frac{5\pi}{12}}\\ r' = \sqrt2\end{cases}$

0.25



التمرين 04 :

5) $f(x) = 2 - x^2e^{1-x}$

0.25 ا) $\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty}(2 - x^2e^{1-x}) = -\infty$

0.25 ب) $\lim_{x\to+\infty} f(x) = \lim_{x\to+\infty}(2 - x^2e^{1-x})$

0.25 $\lim_{x\to+\infty}\left(2 - \frac{x^2}{e^x}e\right) = 2$

فان المستقيم ذو المعادلة $y = 2$ مستقيم مقارب لـ $(C_f)$ عند $+\infty$

6) ا) $f$ تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ ولدينا

0.5 $f'(x) = e^{1-x}(-2x+x^2)$

ب) اشارة $f'(x)$ من اشارة $(-2x+x^2)$ وبالتالي جدول تغيرات

الدالة $f$ كالتالي :

0.5

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $2$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-\infty$ | ↗ | $2$ | ↘ | $2-4e^{-1}$ | ↗ | $2$ |

0.5 ج) معادلة المماس عند $x_0 = 1$ هي : $y = -x + 2$

7) ا) الاشتقاق : $h'(x) = (x-1)e^{1-x}$

ب) اشارة $h'(x)$ :

0.5

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| اشارة $h'(x)$ | | $-$ | $0$ | $+$ | |

اتجاه التغير : الدالة متناقصة تماما على المجال $]-\infty; 1]$ ومتزايدة تماما

على المجال $[1; +\infty[$

اشارة $h(x)$ :

0.5

| $x$ | $-\infty$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| اشارة $h(x)$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |

| $x$ | $-\infty$ | | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| $x$ | | $-$ | $0$ | $+$ | | $+$ | |
| $h(x)$ | | $+$ | | $+$ | $0$ | $+$ | |
| اشارة الفرق | | $-$ | $0$ | $+$ | $0$ | $+$ | |

0.5

الوضع النسبي : $(C_f)$يقع تحت $(T)$ على المجال $]-\infty;0[$

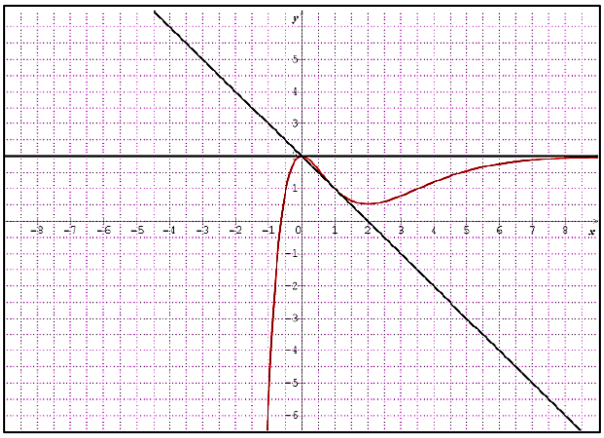
$(C_f)$يقع فوق $(T)$ على المجالين $]0;1[$ و $]1;+\infty[$

$(C_f)$ و $(T)$ يتقاطعان عند النقطتين ذات الفاصلتين

$x=0$ و $x=1$

1) نطبق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $]-1;0[$ 0.5

2) الانشاء :



0.75

3) المناقشة :

لدينا : $x^2e^{1-x}=-m$ ومنه : $2-x^2e^{1-x}=m+2$

$2-x^2e^{1-x}=m+2$ ومنه $f(x)=m+2=M$

(مناقشة افقية)

اذا كان :

- $M<2-4e^{-1}$ اي $m<-4e^{-1}$ فالمعادلة تقبل حلا وحيدا 0.75
- $M=2-4e^{-1}$اي $m=-4e^{-1}$. فالمعادلة تقبل حلين احدهما مضاعف
- $2-4e^{-1}<M<2$اي $-4e^{-1}<M<0$. فالمعادلة تقبل ثلاث حلول
- $M=2$ اي $m=0$ فالمعادلة تقبل حلا وحيدا مضاعفا
- $M>2$ اي $m>0$ فالمعادلة لاتقبل حلول

4) ا) نتحقق ان : $F'(x)=f(x)$ 0.5

ب) $\int_1^2 f(x)dx=F(2)-F(1)$

ومنه $\int_1^2 f(x)dx=-3+10e^{-1}$ 0.5

الاستـاذ : عبـد الله علي

# التصحيح المفصل للبكالوريا التجريبي الموضوع الثاني ثالثة علـــوم تجريبية

| التنقيط | التصحيـــح المفصل | التصحيـــح المفصل | التنقيط |
|---|---|---|---|

## التمرين 01:

1) اكتب تمثيلا وسيطيا لكل من $(D_1)$ و $(D_2)$ :

$(D_1): \frac{x-2}{3} = -y-1 = z-3$ معناه

$\begin{cases}\frac{x-2}{3}=t\\ -y-1=t\\ z-3=t\end{cases} ;t\in\mathbb{R}$ أي $\begin{cases}x=3t+2\\ y=-1-t\\ z=3+t\end{cases} ;t\in\mathbb{R}$ — **0.5**

وهو تمثيل وسيطي لـ $(D_1)$

$(D_2): x+1=\frac{y}{2}=2-z$ معناه :

$\begin{cases}x+1=t'\\ \frac{y}{2}=t'\\ 2-z=t'\end{cases} ;t\in\mathbb{R}$ أي $\begin{cases}x=-1+t'\\ y=2t'\\ z=2-t'\end{cases} ;t\in\mathbb{R}$ — **0.5**

وهو تمثيل وسيطي لـ $(D_2)$

2) بين ان $(D_1)$ و $(D_2)$ يتقاطعان في نقطة $A$ يطلب تعيين احداثياتها — **01**

اذا كانت $M(x;y;z)$ نقطة من الفضاء فان

$M\in(D_1)\cap(D_2)$: معناه $\begin{cases}3t+2=-1+t'\\ -1-t=2t'\\ 3+t=2-t'\end{cases}$

بحل هذه الجملة نجد ان : $t'=0$ ، $t=0$ وعليه بالتعويض في احدى العبارتين نجد ان $(D_1)$و$(D_2)$ يتقاطعان في النقطة $A(-1;0;2)$

3) اكتب معادلة ديكارتية للمستوي $(P)$ الذي يحوي المستقيمين $(D_1)$ و$(D_2)$ — **01**

لدينا: $\vec{u_1}\begin{pmatrix}3\\-1\\1\end{pmatrix}$، $\vec{u_2}\begin{pmatrix}1\\2\\-1\end{pmatrix}$ شعاعا توجيه لـ $(D_1)$و$(D_2)$ على الترتيب ، ليكن $\vec{n}\begin{pmatrix}a\\b\\c\end{pmatrix}$ شعاعا ناظميا للمستوي $(P)$ ،

عندئذ $\begin{cases}\vec{n}.\vec{u_1}=0\\ \vec{n}.\vec{u_2}=0\end{cases}$ أي $\begin{cases}3a-b+c=0\\ a+2b-c=0\end{cases}$ باخذ $a=1$ نجد

بحل الجملة ان $\vec{n}\begin{pmatrix}1\\-4\\-7\end{pmatrix}$. وعليه معادلة المستوي$(P)$

من الشكل $x-4y-7z+d=0$ ولكون $A\in(P)$

وبتعويض احداثياتها في المعادلة نجد ان $d=15$ اي معادلة لـ$(P)$ هي : $x-4y-7z+15=0$

معادلة ديكارتية لسطح الكرة هي تقاطع $(S)$ مع المستوي الذي معادلته $z=0$ ينتج :

$\begin{cases}(x-x_0)^2+(y-y_0)^2+{z_0}^2=r^2\\ z=0\end{cases}$

اي $\begin{cases}(x-x_0)^2+(y-y_0)^2=r^2-{z_0}^2\\ z=0\end{cases}$

ومع المستوي الذي معادلته $y=0$ ينتج

$\begin{cases}(x-x_0)^2+{y_0}^2+(z-z_0)^2=r^2\\ y=0\end{cases}$ اي

$\begin{cases}(x-x_0)^2+(z-z_0)^2=r^2-{y_0}^2\\ y=0\end{cases}$ وعليه نجد — **01**

معادلة لـ$(S)$ هي : $(x-2)^2+(y+2)^2+(z+1)^2=14$ مركز$(S)$ هو $\Omega(2;-2;-1)$ ولدينا

المسافة بين $\Omega$و$(P)$ هي $d(\Omega,P)=\frac{16}{23}<\sqrt{14}$ وعليه

$(S)$و$(P)$ متقاطعان وتقاطعهما دائرة

## التمرين 02:

1) ا) لنفرض ان $P(z)=0$ تقبل حلا تخيليا صرفا هو $ai$ حيث $a\in\mathbb{R}$ — **0.25**

وبالتالي نجد : $-ia^3+4a^2-6ai-4=0$ يكافئ: $\begin{cases}4a^2-4=0\\ -a^3-6a=0\end{cases}$ وهذا مستحيل

اذن $P(z)=0$ لاتقبل حلا تخيليا صرفا

ب) ان $P(z)=(z-2)(z^2-2z+2)$ بالنشر والمطابقة — **0.5**

ج) $P(z)=0$ يكافئ $z=2$ او $z^2-2z+2=0 \ldots\ldots (I)$

لنحل : $(I)$ $\Delta=(2i)^2$ وبالتالي المعادلة$(I)$ تقبل حلين — **0.5**

مركبين مترافقين هما : $1+i$ ، $1-i$

المعادلة $P(z)=0$ حلولها هي : $S=\{2;1-i;\ 1+i\}$

2) ا) $\frac{z_C-z_A}{z_B-z_A}=-i$ ومنه $(\vec{AB};\vec{AC})=-\frac{\pi}{2}+2\pi k$ — **0.5** **0.5**

والمثلث $ABC$ قائم في $A$ — **0.5**

ب) $z_B=\sqrt{2}e^{-i\frac{\pi}{4}}$ و $z_C=\sqrt{2}e^{i\frac{\pi}{4}}$

ج) $\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^{1437}+\sqrt{2}\left(\frac{z_C}{\sqrt{2}}\right)^{2016}=\frac{\sqrt{2}}{2}(1+i)=\frac{\sqrt{2}}{2}z_C$ — **0.5**

3) ا) تعيين $\theta$ زاوية الدوران $R$

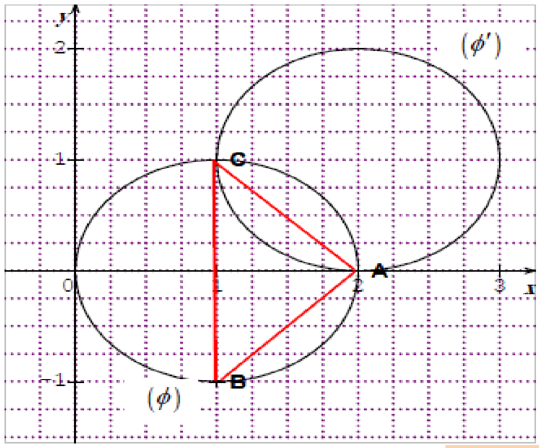
لدينا: $z_C-z_A=a(z_B-z_A)$ ومنه : $a=-1$ اذن — **0.5**

$\theta=arg(a)==-\frac{\pi}{2}+2\pi k$

ب) العبارة المركبة للدوران $R$ هي : $z'=-iz+2+2i$ — **0.5**

$z_D=3+i$ — **0.25**

4) الدائرة $(\phi)$ مركزها $I(1;0)$ ونصف قطرها 1 والدائرة$(\phi')$ مركزها $I'(2;1)$ صورة $I$ بالدوران $R$ ونصف قطرها 1 لان الدوران تقايس

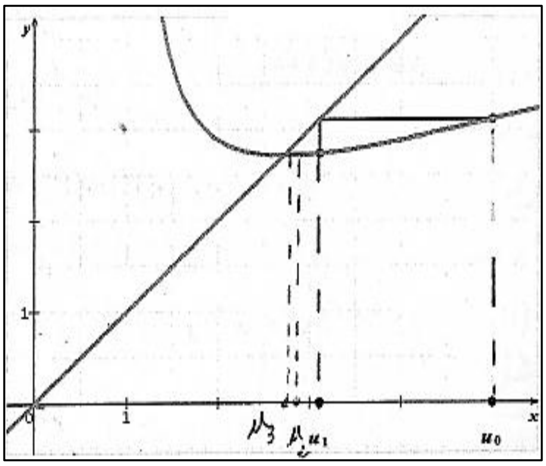



0.5

## التمرين 03 :

الدالة $f$ معرفة على المجال $]1;+\infty[$ : $f(x)=\frac{x}{\ln x}$

1. تمثيل الحدود $u_0$، $u_1$، $u_2$، $u_3$ : 0.75



ب) التخمين : المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما ومتقاربة 0.5

2. اثبات بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي $n$ ان : $u_n \ge e$

نسمي هذه الخاصية $P(n)$

- نبرهن ان $P(n)$ صحيحة من اجل $n=0$

لدينا $u_0=5$ اذن $u_0 \ge e$ ومنه $P(0)$ صحيحة 0.5

- نفرض ان $P(n)$ صحيحة اي ان $u_n \ge e$ ونبرهن ان $u_{n+1} \ge e$

لدينا $u_n \ge e$ وبما ان الدالة $f$ مستمرة ومتزايدة تماما على المجال $[e;+\infty[$ فان $f(u_n) \ge f(e)$ ومنه $u_{n+1} \ge e$ اذن الخاصية صحيحة .

ومنه نستنتج حسب مبدا الاستدلال بالتراجع فان : من اجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_n \ge e$

د) نبين ان المتتالية $(u_n)$ متقاربة نحو $l$

اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$

$u_{n+1}-u_n=\frac{u_n(1-\ln u_n)}{\ln u_n} \le 0$ لان : $u_n \ge e$ ومنه : 0.75

$1-\ln u_n \le 0$

ومنه المتتالية $(u_n)$ متناقصة تماما

وبما انها محدودة من الاسفل فهي متقاربة نحو عدد حقيقي $l$ من المجال $[e;+\infty[$ 0.5

ت) نهاية متتالية $(u_n)$ : 0.5

المتتالية متقاربة نحو $l$ معناه :

$$\lim_{n\to+\infty} u_{n+1}=\lim_{n\to+\infty} f(u_n) = f(\lim_{n\to+\infty} u_n)=f(l)=l$$

مستمرة على المجال $]1;+\infty[$ 0.5

ايجاد $l$ : $f(l)l=e$

## التمرين 04 :

I. 1) دراسة تغيرات الدالة :

- النهايات : $\lim_{x\to 0} g(x)=+\infty$ و

$\lim_{x\to+\infty} g(x)=\lim_{x\to+\infty} x\left(1-\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}\right)=+\infty$ 0.25

- الاشتقاق : $g'(x)=1-\frac{1}{x}=\frac{x-1}{x}$
- اشارة $g'(x)$ : 0.25

| $x$ | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | ‖ | $-$ | 0 | $+$ | |

- اتجاه التغير : الدالة $g$ متناقصة تماما على المجال $]0;1]$ ومتزايدة تماما على المجال $[1;+\infty[$
- جدول تغيرات الدالة $g$ : 0.5

| $x$ | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g'(x)$ | ‖ | $-$ | 0 | $+$ | |
| $g(x)$ | ‖ $+\infty$ | ↘ | 0 | ↗ | $+\infty$ |

- اشارة $g(x)$ : 0.25

| $x$ | 0 | | 1 | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $g(x)$ | ‖ | $+$ | 0 | $+$ | |

- اذا كان $X\in]0;+\infty[$ فان : $X-1-\ln X \ge 0$ 0.25

$\ln X \le X-1$ بوضع : $X=\frac{x}{2}$ يكون : $\ln\frac{x}{2} \le \frac{x}{2}-1$

II. 1) أ) $\lim_{x\to 0} f(x)=-2$ نستنتج ان الدالة $f$ مستمرة على يمين العدد 0 0.5

ب) $\lim_{x\to 0}\frac{f(x)+2}{x}=+\infty$ 0.25

الاستنتاج : الدالة $f$ غير قابلة للاشتقاق عند العدد 0 من اليمين 0.25

المنحنى $(C_f)$ يقبل نصف مماس يوازي حامل محور التراتيب معادلته $x=0$

ج) $\lim_{x\to+\infty} f(x)=$

$\lim_{x\to+\infty} x^2\left(1-\frac{2}{x^2}-\frac{2\ln x}{x}\right)=+\infty$ 0.25

2) ا) الدالتان $x \mapsto x^2 - 2$ و$x \mapsto -2x\ln x$ قابلتين للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ وبالتالي الدالة $f$ حيث $f(x) = x^2 - 2 - 2x\ln x$ قابلة للاشتقاق على المجال $]0;+\infty[$ ولدينا $f'(x) = 2x - 2(\ln x + 1)$ 0.25

$f'(x) = 2g(x)$

ب) اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ وبالتالي :

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $+$ | $0$ | $+$ | |

0.25

جدول تغيرات الدالة $f$ :

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | ‖ | $+$ | $0$ | $+$ | |
| $f(x)$ | $-2$ | ↗ | | ↗ | $+\infty$ |

0.5

ج) $f'(x)$ انعدم عند $x = 1$ ولم يغير اشارته ، اذن المنحنى $(C_f)$ يقبل نقطة انعطاف احداثياتها $(1;-1)$ 0.25

3) نطبق مبرهنة القيم المتوسطة على المجال $]2;3[$ .

$f(2) \approx -0.77$ و $f(3) \approx 0.40$ 0.25

4) ا) $f(2) = 2 - 4\ln 2$ و$f'(2) = 2(1 - \ln 2)$ اذن $y = 2(1 - \ln 2)x - 2$ 0.25

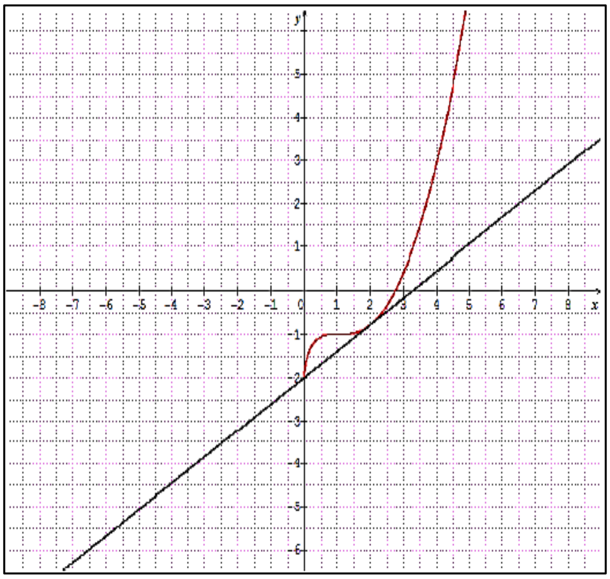
ب)

$f(x) - [2(1 - \ln 2)x - 2] = 2x\left[\frac{x}{2} - 1 - \ln\left(\frac{x}{2}\right)\right] \geq 0$

الوضع النسبي: $(C_f)$ يقع فوق $(\Delta)$ على المجالين: $]2;+\infty[$ و $]0;2[$ 0.5

$(C_f)$ و $(\Delta)$ يتقاطعان عند النقطتين ذاتا الفاصلتين : $x = 0$ و $x = 2$

4) الانشاء : 0.75



0.5

5) ا) مشتق الدالة $x \mapsto \frac{x^2}{2}(2\ln x - 1)$ على المجال $]0;+\infty[$ هو : $x \mapsto 2x\ln x$ 0.25

الدالة $F(x) = \frac{x^3}{3} - 2x - \frac{x^2}{2}(2\ln x - 1) + C$ حيث $(C \in \mathbb{R})$ اصلية للدالة $f$ على المجال $]0;+\infty[$ 0.25

ب)

$A(x) = \int_{\lambda}^{2} -f(x) = \left[-\frac{x^3}{3} + 2x + \frac{x^2}{2}(2\ln x - 1)\right]_{\lambda}^{2}$

$= -\frac{2}{3} + 4\ln 2 + \frac{\lambda^3 - 6\lambda}{3} - \frac{\lambda^2}{2}(2\ln\lambda - 1)$

$\lim_{\lambda \to 0} A(\lambda) = -\frac{2}{3} + 4\ln 2$ 0.75