ثانوية : عبد الحميد بن باديس	مديرية التربية لولاية قسنطينة	الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
	الاختبار التجريبي في مادة الرياضيات	
المدة : 03 ساعات	أساتذة المادة	شعبة العلوم التجريبية

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بحدها الأول $u_0 = -6$ ومن أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = \frac{1}{2}u_n + 2n - 1$$

1. أحسب الحدود u_1, u_2 و u_3
2. a. برهن أنه من أجل كل $n \geq 3$ فإن : $u_n > 0$
   b. استنتج أنه من أجل كل $n \geq 4$ فإن : $u_n > 2n - 3$
   c. استنتج نهاية المتتالية (u_n)
3. لتكن المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كمايلي : $V_n = u_n - 4n + 10$
   a. بين أن (V_n) متتالية هندسية يطلب أساسها وحدها الأول.
   b. بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n = 2^{2-n} + 4n - 10$
   c. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_n$

التمرين الثاني : (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z التالية : $(Z - 2i)(Z^2 - 2\sqrt{3}\,Z + 4) = 0$
2. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}, \vec{j})$. نعتبر النقط A, B, C و D ذات اللاحقات على الترتيب :
   $$Z_A = \sqrt{3} - i \ ,\ Z_B = \sqrt{3} + i \ ,\ Z_C = 2i \text{ و } Z_D = -\sqrt{3} - i$$
   a. علم النقط A, B, C و D
   b. أكتب العدد $\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسي. استنتج طبيعة المثلث ABC
   c. بين أن العدد $\left(\frac{Z_A - Z_B}{Z_C - Z_B}\right)^{2016}$ عدد حقيقي .
   d. تحقق أن النقط A, B, C و D تنتمي إلى دائرة مركزها O ، يطلب تعيين نصف قطرها .
3. a. عين النسبة والزاوية ومركز التشابه المباشر S الذي يحول O إلى A و يحول C إلى D .
   b. تحقق أن صورة النقطة B بواسطة التشابه S هي النقطة C .
4. a. لتكن النقطة G مرجح النقط A, B و C المرفقة بالمعاملات $1, 1-$ و 2 على الترتيب. عين احداثيي النقطة G .
   b. بين أن المجموعة (Γ) للنقط M من المستوي حيث : $MA^2 - MB^2 + 2MC^2 = 8$ هي دائرة التي مركزها G ونصف قطرها 1
   c. ما هي صورة المجموعة (Γ) بواسطة التشابه S .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(1;0;2)$ ، $B(0;1;2)$ و $C(1;-2;0)$

والمستوي (P) الذي معادلته $3x-2y+z+3=0$

1. a. بين أن النقط A, B و C تعين مستويا (ABC)

b. تحقق أن الشعاع $\vec{n}(1;1,-1)$ ناظمي للمستوي (ABC) ثم استنتج معادلة ديكارتية له .

2. a. بين أن المستويين (P) و (ABC) متعامدان .

b. بين أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي $\begin{cases} x=t-1 \\ y=4t \\ z=5t \end{cases}$ حيث t وسيط حقيقي

c. احسب المسافة بين النقطة $H(-1;6;-2)$ والمستوي (ABC) ثم بين أن المسافة بين H والمستقيم (Δ) تساوي $\sqrt{\frac{106}{3}}$

3. لتكن (Γ) مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $x^2+y^2+z^2+2x-12y+4z+3=0$

a. بين أن (Γ) هي سطح كرة مركزها H يطلب تعيين نصف قطرها.

b. ما هو الوضع النسبي للمجموعة (Γ) والمستقيم (Δ) .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=\frac{x}{2}-1+2e^{\frac{x}{2}}$

a. أدرس تغيرات الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

b. بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث : $-0.8<\alpha<-0.7$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x

II. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=2x-1-xe^{\frac{-x}{2}}$ و (C) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. a. بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ثم أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b. بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=2x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C)

c. أدرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

2. a. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $f'(x)=e^{\frac{-x}{2}}g(x)$

b. شكل جدول التغيرات الدالة f

c. عين معادلة المماس (T) للمنحنى (C) عند النقطة ذات الفاصلة 2

3. أنشئ (T)، (Δ) و (C) . (نأخذ $f(\alpha)=-1.4$)

4. ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة : $f(x)=2x+m$

5. a. باستعمال المكاملة بالتجزئة بين أن : $\int_{\alpha}^{0} xe^{\frac{-x}{2}}\,dx=(2\alpha+4)e^{\frac{-\alpha}{2}}-4$

b. استنتج المساحة $A(\alpha)$ بدلالة α للحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيم (Δ) والمستقيمين معادلتهما : $x=\alpha$ و $x=0$ ثم بين أن : $A(\alpha)=-4(\frac{3\alpha+2}{2-\alpha})$

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (05 نقاط)

1. حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول Z التالية : $Z^2 + Z + 1 = 0$
2. في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. نعتبر النقط A, B, C و D و F ذات اللاحقات على الترتيب :

$$Z_F = \overline{Z_D} \text{ و } Z_D = -2 + 2\sqrt{3}i \ , \ Z_C = -2 \ , \ Z_B = \overline{Z_A} \ , \ Z_A = -\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$$

a. أكتب Z_A و Z_B على الشكل المثلثي ثم علم النقط A, B, C و D و F.

b. ما طبيعة المثلث ABC

3. ليكن R الدوران الذي يرفق بكل نقطة M لاحقتها Z النقطة M' ذات لاحقة Z' حيث : $Z' + 2 = e^{-i\frac{\pi}{3}}(Z + 2)$

a. عين مركزه وزاوية الدوران R

b. لتكن النقطة E صورة النقطة D بالدوران R . علم النقطة E ثم بين أن لاحقتها هي : $Z_E = 1 + \sqrt{3}\,i$

c. أكتب العدد $\frac{Z_F - Z_E}{Z_D - Z_E}$ على الشكل الجبري ثم استنتج أن المستقيمين (ED) و (EF) متعامدان .

4. لكل عدد مركب Z يختلف عن Z_E ، نرفق العدد المركب Z' حيث : $Z' = \frac{Z - Z_C}{Z - Z_E}$ ولتكن (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللواحق Z بحيث يكون Z' تخيليا صرفا ، عين وأنشئ المجموعة (Γ_1)

5. a. لتكن G مرجح الجملة $\{(A, |Z_A|); (B, |Z_B|); (C, |Z_C|)\}$ حدد Z_G لاحقة G

b. (Γ_2) هي مجموعة النقط M من المستوي حيث : $\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MC}\| = \|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 2\overrightarrow{MC}\|$

- تحقق أن C تنتمي إلى (Γ_2) ثم عين طبيعة المجموعة (Γ_2)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ نعتبر النقط $A(-2;-1;3)$ ، $B(1;3;5)$ ، $C\left(2;-\frac{1}{2};-4\right)$

وكذلك $D(2;-2;-3)$ والمستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي : $\begin{cases} x = 1 + \alpha \\ y = -2\alpha \\ z = 3 - 6\alpha \end{cases}$ ، حيث α وسيط حقيقي

1. a. عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

b. بين أن (Δ) و (AB) ليسا من نفس المستوي.

2. (P) هو المستوي الذي يوازي (Δ) ويشمل (AB)

a. بين أن الشعاع $\vec{n}(2;-2;1)$ ناظمي للمستوي (P) .

b. استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

c. بين أن المسافة بين نقطة كيفية M من (Δ) والمستوي (P) مستقلة عن موضع M

3. a. تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) وأن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P)

b. بين أن المثلث ABC قائم في A واحسب مساحته.

c. احسب حجم الرباعي $ABCD$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-1;2]$ كالتالي: $f(x) = \frac{2-2x}{x-3}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، الوحدة $2cm$.

1. a. ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[-1;2]$.

b. استنتج انه إذا كان $x \in [-1;2]$ فإن : $f(x) \in [-1;2]$.

2. لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = \frac{1}{2}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n لدينا : $u_{n+1} = f(u_n)$

a. استعمل المنحنى (C) والمستقيم (D) الذي معادلته $y = x$ لتمثيل الحدود $u_0 ; u_1 ; u_2$ و u_4 للمتتالية (u_n) على محور الفواصل دون حسابها.

b. أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها.

3. a. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $-1 < u_n < 2$

b. بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما. ماذا تستنتج؟

4. نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كالتالي: $V_n = \frac{u_n+1}{u_n-2}$

a. بين أن المتتالية (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.

b. أكتب V_n بدلالة n ثم أحسب $\lim_{n \to +\infty} V_n$ واستنتج $\lim_{n \to +\infty} u_n$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

I. لتكن الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $g(x) = -x^2 + 1 - 2\ln x$

1- ادرس تغيرات الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2- أحسب $g(1)$ ثم استنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم x .

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x) = 4 - 3x + \frac{3\ln x}{x^2}$ وليكن (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\| = 2\ cm$ و $\|\vec{j}\| = 1\ cm$

1- بين أن $\lim_{x \to 0} f(x) = -\infty$. فسر النتيجة بيانيا ثم أحسب $\lim_{x \to +\infty} f(x)$.

2- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = 4 - 3x$ مقارب المنحنى (C)، ادرس وضعية (C) بالنسبة إلى (Δ)

3- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{3g(x)}{x^3}$ ثم شكل جدول التغيرات

4- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $1.5 < \beta < 1.6$

5- أنشئ (Δ) و (C)

III. لتكن الدالة H المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $H(x) = -\frac{1+\ln x}{x}$

1- بين ان الدالة H هي الدالة الأصلية للدالة : $h : x \mapsto \frac{\ln x}{x^2}$

2- احسب بالسنتمتر المربع المساحة A لحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) والمستقيم (Δ) والمستقيم الذي معادلته $x = e$