الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية

امتحان باكالوريا التعليم الثانوي (تجريبي)

الشعبة : علوم تجريبية — دورة : ماي 2017

اختبار في مادة : الرياضيات — المدة : 03 ساعات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول : (3,5 نقاط)

لكل سؤال توجد إجابة واحدة فقط صحيحة حددها مع التعليل :

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$

1) لتكن (Γ) مجموعة النقط $M\left(x,y,z\right)$ من الفضاء والتي تحقق : $\left(2x+y-z-1\right)^2+\left(x+y-z\right)^2=0$

المجموعة (Γ) هي :

أ/ مستقيم	ب/ مستوي	ج/ سطح كرة

2) (Δ) و (Δ') مستقيمان معرفان وسيطيا كما يلي : $(\Delta):\begin{cases}x=1\\ y=1+2t\\ z=1+t\end{cases}\ /t\in\mathbb{R}$ و $(\Delta'):\begin{cases}x=3-2t'\\ y=7-4t'\\ z=2-t'\end{cases}\ /t'\in\mathbb{R}$

و (S) سطح كرة مركزها $\Omega(1,1,0)$ ونصف قطرها 2 .

- (Δ) و (Δ') هما مستقيمان :

أ/ متوازيان	ب/ متقاطعان	ج/ ليسا من نفس المستوي

- تقاطع (S) مع (Δ) هو :

أ/ مجموعة خالية	ب/ نقطة	ج / نقطتين

التمرين الثاني : (04 نقاط)

لتكن المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $\begin{cases}u_0=\dfrac{3}{2}\\ u_{n+1}=1+\sqrt{u_n-1}\end{cases}$

(1 أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le 2$

ب- بين أن المتتالية (u_n) متزايدة , ثم استنتج أنها متقاربة .

(2 (v_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $v_n=\ln\left(u_n-1\right)$

أ- برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب- اكتب كلا من v_n ثم u_n بدلالة n , ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3) من أجل كل عدد طبيعي n نضع : $w_n=u_n-1$

- احسب بدلالة n الجداء π_n حيث : $\pi_n=w_0\times w_1\times w_2\times......\times w_n$

التمرين الثالث : (05 نقاط)

$p(z)$ كثير الحدود للمتغير المركب z والمعرف ب : $p(z)=z^3-6z^2+12z-16$

1) أ- بين أن العدد 4 جذر ل $p(z)$.

ب – عين العددين الحقيقيين a و b بحيث : $p(z)=(z-4)(z^2+az+b)$

ج- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $p(z)=0$

2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث : $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

ولتكن النقط A , B , C لواحقها على الترتيب : $z_A=4$, $z_B=1+i\sqrt{3}$, $z_C=\overline{z_B}$

أ – أنشيء بعناية النقط A , B و C .

ب – ماطبيعة المثلث ABC ؟ علل إجابتك .

2) لتكن النقطة K ذات اللاحقة $z_K=-\sqrt{3}+i$

أ – عين z_F لاحقة النقطة F صورة النقطة K بالدوران الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

ب - عين z_G لاحقة النقطة G صورة النقطة K بالإنسحاب الذي شعاعه $\overrightarrow{OB}$.

ج - أثبت أن المستقيمين (OC) و (OF) متعامدان .

د - علم النقطتين K و G ثم بين أن الرباعي $OBGK$ مربع .

التمرين الرابع : (7,5 نقاط)

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $D=]0,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+1-\ln(x)$

1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها .

2) استنتج إشارة الدالة g .

الجزء الثاني : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $D=]0,+\infty[$ كالتالي : $f(x)=x+\frac{1}{2}+\frac{\ln(x)}{x}$

(C) تمثيلها البياني في المستوي المزود بمعلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$

1) أ – أوجد نهايتي الدالة f عند $+\infty$ وعلى يمين 0 . فسر هندسيا النتيجة الثانية .

ب – بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x+\frac{1}{2}$ مقارب مائل للمنحنى (C) .

ج – ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C) بالنسبة إلى (Δ) .

2) أ – تحقق أنه من أجل كل x ينتمي إلى D : $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$

ب – استنتج اتجاه تغير الدالة f على مجموعة تعريفها , ثم شكل جدول تغيراتها .

ج – اكتب معادلة ديكارتية للمستقيم (T) الذي يمس المنحنى (C) عند النقطة $A\left(1,\frac{3}{2}\right)$

3) - أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left]\frac{1}{2},1\right[$.

4)- انشيء المنحنى (C) والمستقيمين (Δ) و (T) .

الجزء الثالث : نضع من أجل كل x ينتمي إلى D : $h(x)=\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$

1) – أحسب $h'(x)$. ماذا تستنتج ؟

2) - أوجد S مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C) وبالمستقيمات التي معادلاتها : $x=1$, $x=e$, $y=0$

الموضوع الثاني

التمرين الأول : (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$, نعتبر النقط $A(-2,-1,3)$, $B(1,3,5)$, $C\left(2,-\frac{1}{2},-4\right)$

و $D(2,-2,-3)$ والمستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي : $/(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2t \\ z=3-6t \end{cases}$

1) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB) .

2) بين أن (Δ) و (AB) ليسا من نفس المستوى .

3) (P) مستوي يوازي (Δ) ويشمل (AB) .

أ – بين أن الشعاع $\vec{n}(2,-2,1)$ ناظمي للمستوي (P) .

ب – استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (P) .

ج – بين أن المسافة بين نقطة كيفية M من (Δ) والمستوي (P) مستقلة عن موضع M .

4) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) وأن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P) .

أ – بين أن المثلث ABC قائم في A , واحسب مساحته .

ب – احسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني : (04 نقاط)

g الدالة العددية المعرفة على $]-2,+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x-\ln(x+2)$ و (C) منحناها البياني في المستوي المنسوب

إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ **(الشكل في الوثيقة المرفقة)**

1) أحسب $g(-1)$. بقراءة بيانية حدد إتجاه تغير الدالة g .

2) نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $u_0=3$ و $u_{n+1}=g(u_n)$

أ – مثل الحدود u_0 , u_1 , u_2 , u_3 مستعينا بالمنحنى (C) مظهرا خطوط الرسم **(التمثيل على الوثيقة المرفقة)**

ب – ضع تخمينا حول تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

3) **أ –** برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n\geq -1$

ب – بين أن المتتالية (u_n) متناقصة .

ج – استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة , أحسب نهايتها .

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي : $/n\geq 1$ $\begin{cases} v_0=0 \\ v_n=\ln\left[(u_0+2)(u_1+2).......(u_{n-1}+2)\right] \end{cases}$

أ- أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=3-u_n$

ب- استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_0+2)(u_1+2).......(u_{n-1}+2)$

التمرين الثالث : (05 نقاط)

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$. (الوحدة $4cm$)

لتكن النقط A , B , C و D التي لواحقها على الترتيب $z_A=i$, $z_B=e^{-i\frac{5\pi}{6}}$, $z_C=e^{-i\frac{\pi}{6}}$ و $z_D=\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

1) أ - أكتب z_B و z_C على الشكل الجبري ثم علم النقط A , B , C و D.

ب – بين أن النقطة D هي مرجح الجملة $\{(A,2),(B,-1),(C,2)\}$.

ج – بين أن النقط A , B , C و D تنتمي إلى نفس الدائرة .

2) ليكن h التحاكي الذي مركزه A ونسبته 2 . نسمي E صورة D بواسطة h .

أ – أوجد العبارة المركبة للتحاكي h .

ب – بين أن لاحقة E هي $z_E=\sqrt{3}$ ثم علم النقطة E .

3) لتكن (F) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة z بحيث : $\left|z-z_C\right|=\left|\bar{z}+z_A\right|$

- عين طبيعة المجموعة (F) ثم أكتب معادلة ديكارتية لها .

التمرين الرابع: (07 نقاط)

لتكن الدالة f المعرّفة على $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{(x+1)e^x+x+2}{e^x+1}$.

نسمّي (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ؛ [وحدة الطول: 2cm].

(1 بيّن أنّ $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ و أنّ $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$.

(2 أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x)=\dfrac{e^{2x}+e^x+1}{(e^x+1)^2}$.

(3 ادرس اتجاه تغير f، ثم شكّل جدول تغيّراتها .

(4 برهن أنّ المنحني (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث $-2\prec\alpha\prec-1$.

(5 أ- أثبت أنّه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(x)=x+1+\dfrac{1}{e^x+1}$ وأنّ $f(x)=x+2-\dfrac{e^x}{e^x+1}$.

بـ - استنتج أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيميْن مقاربيْن مائليْن (D) و (D') يطلب إعطاء معادلة لكلّ منهما.

جـ - بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x : $f(-x)+f(x)=3$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيّا.

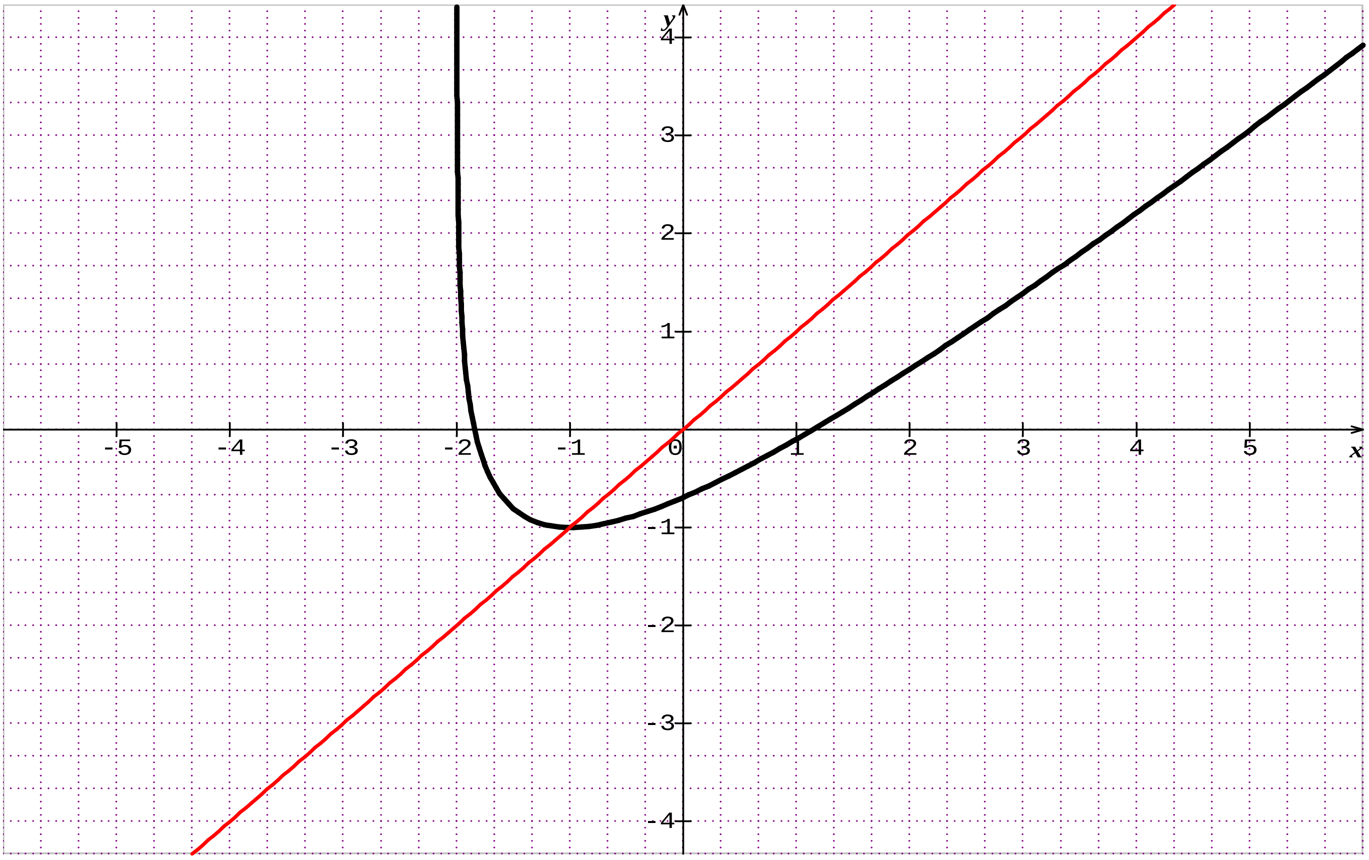
(6 أ- أنشيء (D) , (D') و المنحني (C_f)

بـ - احسب بـِ cm^2 مساحة الحيّز المستوي المحدّد بالمنحني (C_f) و بالمستقيمات التي معادلاتها:

$x=0$ ؛ $x=1$ ؛ $y=x+2$.

(7 ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلتين $(x+1)e^x+x+2=xe^x+me^x+x+m$

الوثيقة المرفقة التمرين الثاني (الموضوع الثاني) الإسم واللقب : ....



الوثيقة المرفقة التمرين الثاني (الموضوع الثاني) الإسم واللقب : ....