

التمرين الأول: (04 ن)

نعتبر المتالية العددية (u_n) المعرفة على N بـ: $u_0 = 3$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{4u_n - 1}{u_n + 2}$.

(1) الشكل المقابل هو تمثيل بياني للدالة f المعرفة على المجال $[0; 5]$ بـ: $f(x) = \frac{4x - 1}{x + 2}$ و المستقيم

(Δ) ذو المعادلة $x = y$.

أ) مثل على حامل محور الفواصل الحدود

$u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 ; u_4$ دون حسابها.

ب) اعط تخمين حول اتجاه تغير و تقارب المتالية (u_n) .

ج) برهن بالترابع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n > 1$.

د) ادرس اتجاه تغير المتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة. عين نهايتها؟

(2) نعتبر المتالية العددية (v_n) المعرفة على N بـ:

$$v_n = \frac{1}{u_n - 1}$$

أ) احسب الحدود $v_0 ; v_1 ; v_2$. اعط تخمين حول طبيعة المتالية (v_n) ؟

ب) برهن أن المتالية (v_n) حسابية اساسها $\frac{1}{3}$ ثم اكتب v_n بدالة n . احسب

(3) احسب بدالة n المجموع : $S_n = u_n \cdot v_n + u_{n+1} \cdot v_{n+1} + \dots + u_{n+2017} \cdot v_{n+2017}$.

التمرين الثاني: (04 ن)

تحتوي علبة على 10 كريات لا نفرق بينها عند اللمس ، من بينها 6 حمراء تحمل الأرقام

2 ، 3 ، 3 ، 5 ، 7 ، 9 و البقية بيضاء اللون تحمل الأرقام 2 ، 3 ، 6 ، 6 .

نسحب من العلبة 3 كريات في آن واحد .

(1) ما احتمال الحادثة A : ((الحصول على 3 كريات من نفس اللون)) .

(2) ما احتمال الحادثة B : ((الحصول على 3 كريات تحمل 3 ارقام مجموعها 12)) .

(3) ما احتمال الحصول على 3 كريات مجموع ارقامها 12 علماً أنها من نفس اللون .

(II) ليكن المتغير العشوائي X الذي يرفق بعدد الكرات البيضاء المسحوبة .

1) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

2) احسب الامل الرياضي و الانحراف المعياري للمتغير العشوائي X .

التمرين الثالث: (05 ن)

1) حل في مجموعة الاعداد المركبة \mathbb{C} المعادلة : (1) $(z - 1 - \sqrt{3}i)(z^2 + 2z + 2) = 0$

2) نعتبر في المستوى المركب المنسوب إلى معلم متعمد متجانس $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$

النقط A ، B ، C لواحقها : $z_A = -1 + i$; $z_B = -1 - i$; $z_C = 1 + \sqrt{3}i$

أ) اكتب الأعداد المركبة z_A ; z_B ; z_C على الشكل الأسني .

ب) اكتب العدد المركب $\frac{z_C}{z_A}$ على الشكل الجبري ثم على الشكل الأسني .

ت) استنتاج القيم المضبوطة لـ : $\sin(\frac{5\pi}{12})$ و $\cos(\frac{5\pi}{12})$

3) عين و انشئ (E_1) و (E_2) مجموعتي النقاط M من المستوى ذات اللاحقة Z حيث :

$$(E_1) : |z + 1 - i| = |\bar{z} + 1 - i|$$

$$(E_2) : \arg(z) = \arg(\bar{z}) + \pi + 2k\pi ; k \in \mathbb{Z}$$

التمرين الرابع: (07 ن)

دالة عديمة معرفة على المجال $[1; +\infty]$ بـ : $f(x) = \frac{x}{x-1} - \ln(x-1)$

تمثيلها البياني معلم متعمد متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، فسر النتيجة بيانيا ثم احسب $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$

2) أ) بين أن f دالة قابلة للاشتقاق على $[1; +\infty]$ و من أجل كل x من $[1; +\infty]$ تتحقق أن $f'(x) = \frac{-x}{(x-1)^2}$.

ب) ادرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين أن المعادلة $0 = f(x)$ تقبل حلان وحيدان α في المجال $[1; +\infty]$ ثم تحقق أن $4 < \alpha < 5$.

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (Δ) معامل توجيهه 2 - يطلب تعين معادلة له .

ج) احسب $f(6)$ ، $f(10)$ ثم انشئ (Δ) و المنحنى (C_f) .

4) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة :

$$(x-1)(-2x+m) = x - (x-1)\ln(x-1)$$

5) نعتبر الدالة g المعرفة على المجال $[0; +\infty]$ بـ : $g(x) = e^{-x} \ln(e^x - 1)$

أ) بين أنه من أجل كل x من $[0; +\infty]$ تتحقق أن $g'(x) = e^{-x} f(e^x)$.

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة ثم شكل جدول تغيراتها .

بالتفصيق