الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

مديرية التربية لولاية أدرار — ثانويـات مقاطعة تيميمون

الشعبة : علـــوم تجريبية — دورة فيفري 2018

اختبار الفصل الثاني في مادة الرياضيات — المدة : ثلاث ساعات

التمرين الأول: (05 نقاط)

المتتالية العددية المعرفة كما يلي: (u_n)

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{2} \\ u_{n+1} = 1 + \sqrt{u_n - 1} \quad : \; n \in IN \end{cases}$$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n $1 < u_n < 2$.

2) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \frac{-u_n{}^2+3u_n-2}{\sqrt{u_n-1}+u_n-1}$ ثم استنتج أن (u_n) متزايدة تماما.

_ بين أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم احسب نهايتها .

3) (v_n) المتتالية العددية المعرفة على N كما يلي: $v_n = \ln(u_n - 1)$

أ) بين أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول v_0.

ب) أكتب كلا من v_n و u_n بدلالة n ، ثم احسب بطريقة اخرى $\lim_{n\to\infty} u_n$

4) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $w_n = u_n - 1$

أحسب بدلالة n الجداء P حيث : $P = w_0 \times w_1 \times \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \times w_n$.

التمرين الثاني: (04 نقاط)

نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة كثير الحدود $P(z) = z^3 - 8$.

1) تحقق أن: $P(z) = (z-2)(z^2+2z+4)$. ثم حل في C المعادلة $P(z) = 0$.

نعتبر في المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \overrightarrow{OI}; \overrightarrow{OJ})$ ، النقط A B و C ذات اللواحق $z_A = -1 + i\sqrt{3}$ ، $z_B = \overline{z_A}$ ، $z_c = 2$ على الترتيب.

2) أكتب z_A , z_B و z_C على الشكل الأسي.

- استنتج أن النقط A ,B و C تنتمي إلى نفس الدائرة يطلب تعيين مركزها ونصف قطرها.

3) بين أن $z_A^{2017} = 2^{2016} z_A$. ثم استنتج نتيجة ما يلي: $(z_A^{2017} + z_B^{2017} + z_c^{2017})$.

4) أكتب العدد المركب $L = \frac{z_B - z_C}{z_A - z_C}$ على الشكل الجبري ثم الأسي.

- أعط تفسيرا هندسيا لطويلة وعمدة للعدد المركب L و استنتج طبيعة المثلث ABC .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

يحتوي كيس على ست كرات حمراء، أربعة منها تحمل الرقم 1 و اثنتان تحملان الرقم 2. وثمان كرات خضراء، خمسة منها تحمل الرقم 1 وثلاثة تحمل الرقم 2. لا يمكن التمييز بينها عند اللمس.

نسحب كرتين من الكيس في آن واحد.

ليكن الحدثان: A "سحب كرتين من نفس اللون" و B "سحب كرتين تحملان نفس الرقم".

1) بين أن: $P(A) = \frac{43}{91}$.

2) أحسب $P(B)$.

3) علما أن الكرتين المسحوبتين من نفس اللون، ما هو احتمال أن تحملا نفس الرقم.

4) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يساوي عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ- حدد قيم المتغير العشوائي X.

ب- عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

ج- أحسب الأمل الرياضي للمتغير العشوائي X.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: لتكن الدالة h المعرفة على $]-1\ ;\ +\infty[$ كما يلي: $h(x) = \frac{x}{x+1} - 2ln(x+1)$

1- أحسب $\lim_{x\to+\infty} h(x)$ ثم أحسب $\lim_{\substack{x\to-1 \\ >}} h(x)$ -إرشـاد- نذكر بأن: $\lim_{X\to0}[X.lnX] = 0$

2- أدرس اتجاه تغير الدالة h. ثم شكل جدول تغيراتها.

3- أحسب $h(0)$ ثم بين أن المعادلة $h(x)=0$ تقبل حلين أحدهما α حيث: $-0.72 \leq \alpha \leq -0.71$

4- استنتج إشارة $h(x)$ على المجال $]-1\ ;\ +\infty[$.

الجزء الثاني: لتكن الدالة f المعرفة على المجموعة $I =]-1\ ;0[\cup]0\ ;\ +\infty[$ كما يلي: $f(x) = \frac{ln(x+1)}{x^2}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$. الوحدة $||\vec{i}|| = 2cm$

1- أحسب $\lim_{\substack{x\to-1 \\ >}} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. فسر النتيجتين هندسياً.

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجموعة $\boldsymbol{I}$. فإن: $\lim_{x\to0}\frac{ln(x+1)}{x} = 1$

- استنتج: $\lim_{\substack{x\to0 \\ <}} f(x)$ و $\lim_{\substack{x\to0 \\ >}} f(x)$. فسر النتيجتين بيانياً.

2- بين أنه من أجل كل عدد x من المجموعة I فإن: $f'(x) = \frac{h(x)}{x^3}$

- استنتج اتجاه تغير الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بين أن: $f(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$ ، نأخذ $\alpha \approx -0715$. أعط قيمة مقربة للعدد $f(\alpha)$ بالتدوير 10^{-2} .

4- أنشئ المنحني (C_f).

بالتوفيق للجميع – أساتذة المادة-