

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين:

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (05 نقاط)

(U_n) و (V_n) متتاليتان معرفتان كما يلي: $U_0 = 1$ و $V_0 = 2$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$V_{n+1} = \frac{U_n + 4V_n}{5} \quad \text{و} \quad U_{n+1} = \frac{U_n + 2V_n}{3}$$

(1) من أجل كل عدد طبيعي n نضع: $W_n = U_n - V_n$

(أ) بين أن المتتالية (W_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

(ب) أكتب عبارة W_n بدلالة n ثم عين نهايتها

(2) (أ) عبر عن: $U_{n+1} - U_n$ و $V_{n+1} - V_n$ بدلالة W_n

-استنتج اتجاه تغير المتتاليتين (U_n) و (V_n) ثم بين أنهما متجاورتان

(3) من أجل كل عدد طبيعي n نعتبر المتتالية (T_n) المعرفة بـ: $T_n = 3U_n + 10V_n$

(أ) بين أن المتتالية (T_n) ثابتة ثم أحسب نهايتها

(ب) عين نهاية المتتاليتين (U_n) و (V_n)

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة: $Z^2 - 6Z + 10 = 0$

(2) في المستوي المركب نعتبر النقطتين A و B اللتين لاحتقاهما: $z_A = 3 - i$ و $z_B = 3 + i$ وليكن

r الدوران الذي مركزه A و زاوية له $\frac{\pi}{2}$

(أ) أوجد العبارة المركبة للدوران r ثم أوجد لاحقة النقطة C صورة النقطة B بالدوران r

(ب) استنتج طبيعة المثلث ABC

لتكن النقطة $D(1; 1)$ وليكن العدد المركب $L = \frac{z_A - z_D}{z_B - z_D}$

(3) (أ) أكتب العدد المركب L على الشكل الجبري ثم المثلثي والأسّي.

(ب) أحسب العدد $(\frac{L}{\sqrt{2}})^{2018}$

(ج) عين قيم العدد الطبيعي n بحيث يكون $(\frac{L}{\sqrt{2}})^n$ حقيقيا

التمرين الثالث: (04 نقاط)

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ومتجانس $(O, \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$. نعتبر النقط :

$$E(-3, 4, -1) \text{ و } C(3; -2; -1), (3; 1; 5), A(0; -2; 2)$$

(1) أكتب معادلة للمستوي (P) الذي يشمل الذي يشمل النقطة A والشعاع $\overrightarrow{AB}$ ناظمي له

(2) بين أن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P) ثم استنتج طبيعة المثلث ABC

$$\begin{cases} x = t + m \\ y = 2t - 2 \\ z = t + m + 2 \end{cases} \quad t \in \mathbb{R} \text{ و } m \in \mathbb{R} \quad (3) \text{ نعتبر المستوي } (Q) \text{ تمثيله الوسيطى:}$$

(أ) تحقق أن النقطة A تنتمي الى المستوي (Q)

(ب) بين أن الشعاع $\vec{n}(1, 0, -1)$ ناظمي للمستوي (Q)

(4) عين تمثيلا وسيطيا لمستقيم تقاطع المستويين (P) و (Q)

(5) بين أن المستقيم (AE) عمودي على المستوي (ABC)

التمرين الرابع: (07 نقاط)

الجزء الأول: لتكن الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $h(x) = ax + \frac{b}{1+e^x}$ حيث a, b عدنان حقيقيان ثابتان

-أحسب $h'(x)$ ثم عين العددين الحقيقيين a, b حيث: $h(1) = \frac{e}{1+e}$ و $h'(0) = \frac{5}{4}$

الجزء الثاني: لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = x - \frac{1}{1+e^x}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. الوحدة $4cm$

1- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) > 0$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

3- (أ) بين أن المستقيمين المعرفين بـ: $(\Delta_1): y = x$ و $(\Delta_2): y = x - 1$ مستقيمان مقاربان للمنحني (C_f) .

(ب) أدرس الوضع النسبي للمنحني (C_f) والمستقيمان (Δ_1) و (Δ_2)

4- تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f(-x) + f(x) = -1$. ثم فسر النتيجة بيانيا

5- أكتب معادلة للمماس (T) للمنحني (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

6- (أ) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا حقيقيا وحيدا α حيث: $0 < \alpha < 0.5$

(ب) تحقق أن $\frac{1}{\alpha} = 1 + e^\alpha$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

7- أنشئ كلا من (Δ_1) و (Δ_2) و (C_f) . (نقبل أن المنحني (C_f) يقبل $A(0; -\frac{1}{2})$ نقطة انعطاف)

8- ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة: $m = \frac{1}{1+e^x}$

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (4 نقاط)

يحتوي صندوق على 8 كريات بيضاء و n كرية سوداء بحيث $(n \geq 2)$ لانفرق بينها باللمس. نسحب من هذا الصندوق كرتين .

نفرض أن سحب كرية بيضاء يعطي ربح نقطة وسحب كرية سوداء يفقد نقطتين .

ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب مجموع النقط المحصل عليها

(1) نعتبر السحب على التوالي مع اعادة الكرية المسحوبة قبل السحب الموالي

(أ) عين قيم المتغير العشوائي X ثم عرف قانون احتمال له

(ب) أحسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(X)$

(ت) هل توجد قيمة لـ n حتى يكون $E(x) = 0$

(2) نفرض أن السحب في آن واحد

أ- عرف قانون احتمال المتغير العشوائي X

ب- أحسب بدلالة n الأمل الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

(1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة C كثير الحدود $P(z)$ حيث: $P(z) = z^3 - 5z^2 + 11z - 15$

(أ) تحقق أن $P(3) = 0$.

(ب) عين العددين الحقيقيين a و b بحيث من أجل كل عدد مركب z : $P(z) = (z - 3)(z^2 + az + b)$

(ت) حل في C المعادلة: $P(z) = 0$.

(2) المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ ، نعتبر النقط : A, B, C و D

ذات اللواحق: $Z_A = 1 + 2i$ ، $Z_B = 1 - 2i$ ، $Z_C = 1 + 3i$ ، $Z_D = 5 - i$ ،

(أ) اكتب العدد $\frac{Z_D - Z_C}{Z_B - Z_A}$ على شكله الجبري و الأسّي .

(ب) استنتج نسبة و زاوية التشابه المباشر S الذي يحول A إلى C و يحول B إلى D .

(ت) احسب ω لاحقة النقطة Ω مركز التشابه المباشر S ، ثم تحقق أن عبارته المركبة هي: $Z' = (1 + i)Z +$

2

(3) لتكن (E) مجموعة النقط M من المستوي ذات اللاحقة Z بحيث: $Z = 1 + 2i + e^{i\theta}$ ($\theta \in \mathbb{R}$)

(أ) بين أن C نقطة من (E)

(ب) عين طبيعة المجموعة (E) وعناصرها المميزة

(ت) استنتج طبيعة المجموعة (E') صورة المجموعة (E) بالتشابه المباشر S وعناصرها المميزة.

التمرين الثالث : (05 نقاط)

(U_n) متتالية معرفة بحدها $U_0 = 0$ و $U_1 = 3$ و من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+2} = \frac{3}{2}U_{n+1} - \frac{1}{2}U_n$

(1) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 3$

(2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس

(أ) مثل المستقيمين (T) و (D) اللذين معادلتهم على الترتيب

$y = x$ و $y = \frac{1}{2}x + 3$ ثم مثل على محور الفواصل الحدود U_0 ، U_1 ، U_2 و U_3 دون حسابها

(ب) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها

(3) (أ) برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي n : $U_n < 6$. ماذا يمكن القول عن المتتالية (U_n) ؟

(ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ، ثم استنتج أنها متقاربة

(4) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n بـ : $V_n = U_n - 6$

(أ) برهن أن (V_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

(ب) عبر عن كل من U_n و V_n بدلالة n . ثم احسب نهاية U_n

(ج) احسب بدلالة n المجموع S_n حيث : $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$

التمرين الرابع : (07 نقاط)

الجزء الاول : لتكن الدالة g المعرفة على $]2, +\infty[$ كما يلي : $g(x) = x^2 - 4x + 3 + \ln(x - 2)$

أ - احسب نهايات الدالة g عند 2 و $+\infty$.

ب - ادرس اتجاه تغير الدالة g على $]2, +\infty[$ ثم شكل جدول تغيراتها

ج - احسب $g(3)$ ، ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]2, +\infty[$ بـ : $f(x) = x - 3 - \frac{\ln(x-2)}{x-2}$

(Cf) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$. الوحدة $2cm$

(1) احسب نهايات الدالة f عند 2 و $+\infty$.

(2) بين أنه من أجل كل x من $]2, +\infty[$ فإن : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x-2)^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

(3) أ - بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة $y = x - 3$ هو مقارب مائل للمنحنى (Cf) عند $+\infty$.

ب - ادرس وضعية المنحنى (Cf) بالنسبة للمستقيم (D) .

(4) أنشئ كلا من المستقيم (D) و المنحنى (Cf)

(5) احسب بـ cm^2 مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (Cf) و المستقيم (D) والمستقيمين الذين

معادلتهم : $x = 3$ و $x = 5$

بالتوفيق للجميع في بكالوريا 2018