الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية | مديرية التربية لولاية البليدة

إمتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي | ثانوية المصالحة الوطنية- بني تامو-

الشعبة: علوم تجريبية | دورة : ماي 2018

إختبار في مادة: الرياضيات | المدة:03 ساعات و نصف

**على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين**

## الموضوع الأول

### التمرين الأول:(04 نقاط)

1) عيّن العددين المركبين $a$ و $b$ علما أنّ : $\begin{cases} \bar{a}-\bar{b}=1+3i \\ a+ib=-1+3i \end{cases}$ .

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ . نعتبر النقطتين $A$ و $B$ لاحقتاهما على الترتيب : $a=3+i$ و $b=2+4i$ ، و نفرض الإنسحاب $T$ الذي شعاعه $\overrightarrow{AB}$ .

أ) عيّن لاحقة النقطة $C$ صورة $O$ بالإنسحاب $T$ .

ب) أحسب العدد $\dfrac{z_c-z_A}{z_B}$ ، ثمّ أكتبه على الشكل الأسي .

- ماذا تستنتج بالنسبة للقطعتين $[AC]$ و $[OB]$ ؟ .

ج) إستنتج ممّا سبق طبيعة الرباعي $OABC$ ، ثمّ عيّن لاحقة $E$ مركز تناظر الرباعي $OABC$ .

3) نعتبر التشابه المباشر $S$ الذي مركزه $O$ و يحوّل $B$ إلى $C$ :

أ) أعط الكتابة المركّبة للتشابه المباشر $S$ .

ب) ماهي صورة النقطة $A$ بالتشابه $S$ ؟ .

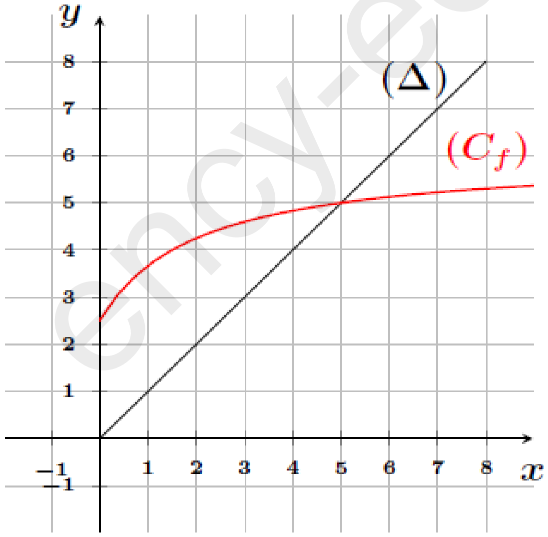
ج) نضع : $S^4=S\circ S\circ S\circ S$

- أعط الكتابة المركّبة للتحويل $S^4$ ، و ماطبيعة هذا التحويل ؟ .

### التمرين الثاني:(04 نقاط)

المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

$f$ الدالة المعرفة على $[0;+\infty[$ بـــ : $f(x)=\dfrac{6x+5}{x+2}$ ، و ليكن $(C_f)$ المنحني الممثل لها، $(\Delta)$ هوالمستقيم ذو المعادلة $y=x$ (أنظر الشكل المقابل)




I) تحقّق أنّ الدالة $f$ متزايدة تماما على المجال $[0;+\infty[$ .

II) $(u_n)$ متتالية معرفة بحدها الأول $u_0=1$

و من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_{n+1}=f(u_n)$ .

1) أ) أنقل الشكل المقابل ثمّ مثل على محور الفواصل الحدود $u_0$ ، $u_1$ ، $u_2$ ، $u_3$

ب) ضع تخمينا حول إتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ و تقاربها .

2) برهن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $1 \le u_n \le 5$ .

3) أدرس إتجاه تغيّر المتتالية $(u_n)$ ، هل هي متقاربة ؟ .

4) نضع من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $v_n = \dfrac{u_n - 5}{u_n + 1}$ .

أ) بيّن أنّ المتتالية $(v_n)$ هندسية يطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل .

ب) عبّر عن $v_n$ ثمّ عن $u_n$ بدلالة $n$ .

ج) ما هي نهاية المتتالية $(u_n)$ ؟ .

5) أحسب المجموع $S_n$ حيث : $S_n = \dfrac{1}{u_0+1} + \dfrac{1}{u_1+1} + .... + \dfrac{1}{u_n+1}$ .

**التمرين الثالث: (04 نقاط)**

I) يحتوي و عاء على $n$ كرة بيضاء ، حيث : $(n \ge 2)$ وَ 5 كرات حمراء وَ 3 كرات خضراء ، نسحب عشوائيا و في آن واحد كرتين من الوعاء :

1) ما إحتمال سحب كرتين بيضاوين ؟ .

2) نسمي $p(n)$ إحتمال سحب كرتين من نفس اللّون .

أ) بيّن أنّ : $p(n) = \dfrac{n^2 - n + 26}{(n+8)(n+7)}$ .

ب) أحسب : $\lim\limits_{n \to +\infty} p(n)$ ، ثمّ فسّر النتيجة المحصّل عليها .

II) فيما يلي نعتبر $n = 4$ ، يأتي لاعب و يقوم بنفس التجربة الأولى : في البداية يدفع $30DA$ إذا وجد في السحب الكرتين من نفس اللون يكسب $40DA$ ، و إذا وجدهما من لونين مختلفين يكسب $5DA$ .

نسمي الربح الجبري للاعب الفرق بين المبلغ المدفوع أوّلا و المبلغ الذي يكسبه ، و ليكن المتغيّر العشوائي $X$ هو الربح الجبري للاعب :

1) ما هي القيم الممكنة للمتغيّر العشوائي $X$ ؟ .

2) أكتب قانون الإحتمال للمتغيّر العشوائي $X$ ، ثمّ أحسب أمله الرياضي .

III) فيما يلي نعتبر $n = 2$ ، نسحب من الوعاء عشوائيا كرتين على التوالي و بدون إرجاع :

1) شكل شجرة الإحتمالات التي تنمذج التجربة .

2) أحسب إحتمال الحوادث التالية :

$A$ : " سحب كرتين من نفس اللون " ، $B$ : " سحب كرة خضراء واحدة على الأقل " .

3) نفرض أنّ الكرية في السحبة الأولى كانت خضراء ، ما إحتمال أن تكون حمراء في السحبة الثانية ؟ .

**التمرين الرابع: (08 نقاط)**

I) نعتبر الدالة $g$ المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـــ : $g(x) = x + 2 - e^x$ .

1) أدرس تغيّرات الدالة $g$ على $[0;+\infty[$ ، وَ عيّن نهاية $g$ عند $+\infty$ .

2) أ) بيّن أنّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلاّ وحيدا $\alpha$ على $]0;+\infty[$ .

ب) تحقّق أنّ : $1{,}14 < \alpha < 1{,}15$ .

ج) إستنتج إشارة $g(x)$ حسب قيم $x$ من المجال $\left[0;+\infty\right[$ .

II) نعرّف على المجال $\left[0;+\infty\right[$ الدالة $f$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{e^{x}-1}{xe^{x}+1}$ ، و ليكن $(C_f)$ منحناها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ .

1) أ) بيّن أنّه من أجل كل $x$ من $\left[0;+\infty\right[$ : $f(x)=\dfrac{1-e^{-x}}{x+e^{-x}}$ .

ب) إستنتج نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$ .

2) أ) بيّن أنّه من أجل كل ، $x$ من $\left[0;+\infty\right[$ : $f'(x)=\dfrac{e^{x}\times g(x)}{(xe^{x}+1)^{2}}$ .

ب) إستنتج إتجاه تغيّر الدالة $f$ على $\left[0;+\infty\right[$ ، ثمّ شكّل جدول تغيّراتها .

ج) بيّن أنّ : $f(\alpha)=\dfrac{1}{\alpha+1}$ ، ثمّ استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$ .

3) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحني $(C_f)$ عند النقطة ذات الفاصلة $0$ .

4) أ) تحقّق أنّه من أجل كل $x$ من $\left[0;+\infty\right[$ : $f(x)-x=\dfrac{(x+1)\times u(x)}{xe^{x}+1}$ ، حيث : $u(x)=e^{x}-xe^{x}-1$ .

ب) أدرس إتجاه تغيّر الدالة $u$ على $\left[0;+\infty\right[$ ، ثمّ إستنتج إشارة $u(x)$ .

ج) إستنتج من الأسئلة السابقة وضعية المنحني $(C_f)$ بالنسبة إلى $(T)$ .

د) أرسم كلا من $(T)$ و المنحني $(C_f)$ ، الوحدة : $4cm$ .

III) 1) عيّن دالة أصلية $F$ للدالة $f$ على المجال $\left[0;+\infty\right[$ .

2) أحسب بـــ $cm^2$ مساحة الحيّز المحدّد بالمنحني $(C_f)$ وَ المماس $(T)$ وَ محور التراتيب وَ المستقيم ذو المعادلة $x=1$ .

**إنتهى الموضوع الأول**

# الموضوع الثاني

## التمرين الأول:(04 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول $z$ : $(z-i)(z^2+2z+2)=0$

2) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ . النقط $A$ ، $B$ ، $C$ و $D$ لواحقها :

$z_A = i$ ، $z_B = 2$ ، $z_C = -1-i$ ، $z_D = 1-2i$ على الترتيب .

أ) تحقق أن النقطة $D$ مرجح الجملة $\{(A;1);(B;-1);(C;-1)\}$ .

ب) أكتب العدد $\dfrac{z_D - z_A}{z_B - z_C}$ على الشكل الأسي، ثم فسر النتيجة هندسيا .

ج) أكتب العدد المركب $-4+4i$ على الشكل الأسي ، ثم أحسب $(-4+4i)^{2018}$ .

3) من أجل كل نقطة $M(z)$ من المستوي تختلف عن $B$ ، نرفق النقطة $M'(z')$ حيث : $z' = \dfrac{iz-4+2i}{z-2}$ .

أ) تحقق أن : $z'-i = \dfrac{-4+4i}{z-2}$ .

ب) بين أن : $AM' \times BM = 4\sqrt{2}$ و $(\vec{u};\overrightarrow{AM'})+(\vec{u};\overrightarrow{BM}) = \dfrac{3\pi}{4}+2k\pi$ مع $k \in \mathbb{Z}$ .

4) $(\Gamma)$ هي مجموعة النقط $M$ من المستوي بحيث: $\arg(z'-i) = \dfrac{\pi}{4}$ .

– تحقق أن النقطة $E$ ذات اللاحقة $z_E = 2+i$ تنتمي إلى $(\Gamma)$ ، ثم عين طبيعة المجموعة $(\Gamma)$ .

## التمرين الثاني: (04 نقاط)

$(u_n)$ المتتالية العددية المعرّفة بــ : $u_0 = 1$ وَ من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $u_{n+1} = \dfrac{u_n^3+2}{u_n^2+1}$ .

1) أثبت أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $0 < u_n < 2$ .

2) أدرس رتابة المتتالية $(u_n)$ .

3) إستنتج أنّ المتتالية $(u_n)$ متقاربة . ما هي نهايتها ؟ .

4) أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $2-u_{n+1} \leq \dfrac{4}{5}(2-u_n)$ .

ب) إستنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $0 \leq 2-u_n \leq (\dfrac{4}{5})^n$ ، ثمّ عيّن نهاية المتتالية $(u_n)$ من جديد

## التمرين الثالث: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ ، نعتبر المستوي $(P)$ معادلته : $2x+y-2z+4=0$

وَ النقط $A(3;2;6)$ ، $B(1;2;4)$ ، $C(4;-2;5)$ .

1) أ) بيّن أنّ النقط $A$ ، $B$ وَ $C$ تعيّن مستويا .

ب) تحقّق أنّ $(P)$ هو المستوي $(ABC)$ .

2) أ) بيّن أنّ المثلث $ABC$ قائم .

ب) أكتب تمثيلا وسيطيا للمستقيم $(\Delta)$ المار بالنقطة $O$ وَ العمودي على $(P)$ .

ج) النقطة $K$ هي المسقط العمودي للنقطة $O$ على $(P)$ ، أحسب الطول $OK$ .

3) النقطة $G$ هي مرجح الجملة $\{(O;3);(A;1);(B;1);(C;1)\}$

أ) أحسب إحداثيات النقطة $G$ .

ب) أحسب المسافة بين النقطة $G$ وَ المستوي $(P)$ .

4) $(\Gamma)$ هي مجموعة النقط $M(x;y;z)$ من الفضاء حيث : $\left\|3\overrightarrow{MO}+\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5$

أ) عيّن طبيعة المجموعة $(\Gamma)$ وَ عناصرها المميزة .

ب) ما طبيعة $(\Gamma)\cap(P)$ ؟ .

ج) أحسب حجم رباعي الوجوه $GABC$ .

**<u>التمرين الرابع:</u> (08 نقاط)**

I) نعتبر الدالة العددية $g$ المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بــ : $g(x)=x^3-x-2\ln x+3$ .

1) أ) تحقّق أنّه من أجل كل عدد حقيقي $x$ : $3x^3-x-2=(x-1)(3x^2+3x+2)$ .

ب) عيّن نهايات الدالة $g$ عند $0$ وَ عند $+\infty$ .

2) أ) أدرس إتجاه تغيّر الدالة $g$ وَ شكل جدول تغيّراتها .

ب) إستنتج إشارة $g(x)$ من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ .

II) لتكن الدالة $f$ المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x)=x-1+\dfrac{x-1+\ln x}{x^2}$ .

$(C)$ هو المنحنى الممثل للدالة $f$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ .

1) أحسب $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}0} f(x)$ ، ثمّ فسّر النتيجة هندسيا .

2) أحسب نهاية الدالة $f$ عند $+\infty$ .

3) بيّن أنّ المستقيم $(\Delta)$ الذي معادلته $y=x-1$ مقارب مائل لــ$(C)$ بجوار $+\infty$ ، ثمّ حدد وضعية المنحنى $(C)$ بالنسبة للمستقيم $(\Delta)$ .

4) أدرس إتجاه تغيّر الدالة $f$ ، ثمّ شكل جدول تغيّراتها .

5) أكتب معادلة المماس $(T)$ للمنحنى $(C)$ عند النقطة $A(1;0)$ .

6) أرسم كلا من $(\Delta)$ ، $(T)$ وَ المنحنى $(C)$ .

7) لتكن $(d_m)$ عائلات المستقيمات المعرفة بــ : $y=mx-m$ ، حيث $m$ وسيط حقيقي

أ) تحقّق أنّ جميع المستقيمات $(d_m)$ تمر بالنقطة $A$ .

ب) عيّن قيم الوسيط الحقيقي $m$ حتى يكون للمعادلة $f(x)=mx-m$ حلان متمايزان .

III) 1) باستعمال التكامل بالتجزئة ، بيّن أنّ : $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}\,dx=1-\frac{2}{e}$ .

2) أحسب بــ $u.a$ مساحة الحيّز للمستوي المحدد بالمنحني $(C)$ وَ $(\Delta)$ وَ المستقيمين اللذين معادلتهما :

$x=1$ وَ $x=e$ ( يجب تقديم القيمة المضبوطة لمساحة الحيز) .

**إنتهى الموضوع الثاني**