على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي كيس على 8 كرات لا نميز بينها عند اللمس منها: 4 كرات بيضاء تحمل الأرقام: 0، 1، 1، 2. و4 كرات حمراء تحمل الأرقام: 1، 1، 2، 2.

1) نسحب ثلاث كرات في آن واحد من هذا الكيس.

❖ أحسب احتمال الحوادث التالية:

A : " الكرات المسحوبة تحمل نفس الرقم ". B : " الكرات المسحوبة من نفس اللون ".

C : " الكرات المسحوبة أقارمها مختلفة مثنى مثنى ".

2) X هو المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكل عملية سحب عدد الكرات التي تحمل رقم 1.

❖ أكتب قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X ، ثمّ أحسب أمله الرياضياتي.

❖ أحسب التباين والانحراف المعياري للمتغير العشوائي X.

التمرين الثاني: (04.5 ن)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$

1. أنشئ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث:

$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}$ والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$

1) مثل على حامل محور الفواصل الحدود $u_0; u_1$ و u_2 باستعمال الرسم السابق ودون حساب الحدود.

أ) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها

ب) برهن بالتراجع أنه ومن اجل كل عدد طبيعي n أن: $1 \leq u_n < 4$

ت) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n).

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بالعلاقة: $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم

أ) عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0.

ب) نضع $\alpha = -4$

- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

- تحقق من صحة تخمينك حول تقارب المتتالية (u_n).

- أحسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \ldots\ldots + u_n$.

3as.ency-education.com

التمرين الثالث: (4.5نقطة)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول Z : $(Z-2i)(Z^2-2\sqrt{3}Z+4)=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$.نعتبر النقط A ، B ، C و D ذات اللاحقات $Z_A=\sqrt{3}-i$ ؛ $Z_B=\sqrt{3}+i$ ؛ $Z_C=2i$ و $Z_D=-\sqrt{3}-i$ على الترتيب.

أ - تحقق أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها O يطلب تعيين نصف قطرها.

ب – علم بدقة النقط A ، B ، C و D .

جـ – اكتب العدد $\dfrac{Z_A-Z_B}{Z_C-Z_B}$ على الشكل الأسي، ثم استنتج طبيعة المثلث ABC .

3) عين العبارة المركبة للتشابه المباشر S الذي يحول O إلى A ويحول C إلى D ، ثم عين عناصره المميزة.

4) لتكن النقطة G مرجح النقط A ، B ، C المرفقة بالمعاملات 1، -1، 2 على الترتيب.

أ – عين احداثي النقطة G.

ب – بين ان (Γ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $MA^2-MB^2+2MC^2=8$

هي الدائرة التي مركزها G ونصف قطرها 1.

جـ - عين طبيعة (Γ') صورة (Γ) بالتشابه المباشر S محددا عناصرها المميزة.

التمرين الرابع: (7 نقاط)

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-x^2e^x$ ، و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ حيث: وحدة الطول $1cm$.

1. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ وفسر النتيجة هندسيا.
2. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x)=-x(x+2)e^x$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.
3. بين أن المنحنى (C) يقبل نقطتي انعطاف. يطلب تعين إحداثيتهما.
4. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $0,7\prec\alpha\prec0,8$
5. عين معادلة للمماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي فاصلتها -1 .
6. h الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $h(x)=\dfrac{1}{e}+xe^x$

أ. أدرس اتجاه تغير الدالة h ثم استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $h(x)\geq0$.

ب. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x)-\left(\dfrac{1}{e}x+1\right)=-xh(x)$ ، ثم استنتج وضعية (C) بالنسبة لـ (T).

7. G الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $G(x)=(ax^2+bx+c)e^x$ حيث a ، b و c أعداد حقيقية ثابتة .

أ. عين الأعداد الحقيقية a ، b و c حتى تكون الدالة G أصلية للدالة $g:x\to x^2e^x$ على $\mathbb{R}$.

ب. أحسب بالسنتمتر المربع مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C) والمستقيمات التي معادلاتها: $y=1$ ، $x=-2$ و $x=0$.

3as.ency-education.com

الموضـوع الثاني

التمرين الأول: (04.5 نقطة)

في الفضاء المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ نعتبر النقط: $A(2;0;1)$ ، $B(3;2;0)$ ، $C(-1;-2;2)$.

1- أ. بين أن النقط A ، B و C تعين مستويا،

ب. بين أن الشعاع $\vec{n}(0;1;2)$ ناظمي للمستوي (ABC) ،ثم أكتب معادلة ديكارتيه له.

2- ليكن المستوي (p) الذي معادلته: $x+2y-z+7=0$.

أ. تحقق من ان المستويين (ABC) و (p) متعامدين.

ت. عين تمثيلا وسطيا للمستقيم (Δ) مستقيم تقاطع المستويين (ABC) و (p).

3- لتكن (φ_k) مجموعة النقط M من الفضاء والتي تحقق: $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{AB}=k$ ، حيث k عدد حقيقي.

أ. عين إحداثيات النقطة I منتصف القطعة المستقيمة $[AB]$.

ب. عين قيمة k التي يكون من أجلها (φ_k) هو المستوي المحوري للقطعة المستقيمة $[AB]$.

ت. أدرس تقاطع المستويات الثلاثة (ABC) ، (p) ، (φ_{-3}).

4- عين بعد النقطة I عن المستقيم (Δ).

التمرين الثاني : (04.5 نقطة)

1) أ) حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z ، $(I)....z^2-6z+21=0$.

2) في المستوي المركّب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{u};\vec{v})$ نعتبر النقط A ، B ، C و D

التي لواحقها على الترتيب $z_A=\sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_B=\sqrt{3}e^{-i\frac{\pi}{2}}$ ، $z_C=3+2i\sqrt{3}$ و $z_D=\overline{z_C}$

أ) بيّن أن النقط A ، B ، C و D تنتمي إلى نفس الدائرة التي مركزها Ω ذات اللاحقة $z_\Omega=3$ ويطلب تعيين نصف قطرها.

ب) لتكن النقطة E نظيرة النقطة D بالنسبة إلى المبدأ O ، بين أن $\frac{z_C-z_B}{z_E-z_B}=e^{i\left(-\frac{\pi}{3}\right)}$ ، ثم استنتج طبيعة المثلث BEC .

3) استنتج أنه يوجد دوران r مركزه B ويحول النقطة E إلى C ، يطلب تعيين زوايته.

4) نعتبر التحويل النقطي S الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة z النقطة M' ذات اللاحقة z' حيث:

$$z'+i\sqrt{3}=2e^{-i\frac{\pi}{3}}\left(z+i\sqrt{3}\right).$$

أ) عيّن طبيعة التحويل S وحدد عناصره المميزة .

ب) عيّن (Γ) مجموعة النقط M ذات اللاحقة z التي تحقق : $|z-z_\Omega|^2=-(z_A-z_B)^2$.

ج) عيّن طبيعة المجموعة (Γ') صورة (Γ) بالتحويل S ، محددا عناصرها المميزة.

3as.ency-education.com

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ: $u_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n , $u_{n+1} = e^{-\frac{1}{2}}\sqrt{u_n}$.

1. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $u_n > \frac{1}{e}$.

2. أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $\frac{u_{n+1}}{u_n} < 1$ ، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

ب) استنتج أن (u_n) متقاربة، ثم أحسب نهايتها.

3. (v_n) متتالية معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n بـ: $v_n = \frac{1}{2} + ln\sqrt{u_n}$.

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{2}$ وحدها الأول $v_1 = \frac{3}{2}$.

ب) أكتب عبارة v_n بدلالة n ، ثم استنتج u_n بدلالة n.

ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث $S_n = \frac{1}{1+lnu_1} + \frac{1}{1+lnu_2} + ... + \frac{1}{1+lnu_n}$.

التمرين الرابع: (07 نقاط)

نعتبر الدالة f ذات المتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بـ: $f(x) = x + 1 + \ln(x+1) - \ln(x+2)$

(C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم متعامد والمتجانس $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$.

1) احسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} -1} f(x)$.

2) بين أن $\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right) = 0$. ثم استنتج نهاية الدالة f عند $+\infty$

3) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ هو مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$ ،

ثم أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ).

4) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 1 + \frac{1}{(x+1)(x+2)}$

5) ادرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

6) اكتب معادلة للمماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة التي فاصلتها $x = 0$

7) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها α حيث: $-\frac{1}{2} < \alpha < 0$.

8) أنشئ (T) ، (Δ) والمنحنى (C_f).

9) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x) = \frac{3}{2}x + m$.

10) أ- بين أن الدالة $F_a : x \to (x+a)\ln(x+a) - x$ دالة أصلية للدالة $f_a : x \to \ln(x+a)$ على المجال $]-a;+\infty[$

ب- احسب مساحة الحيز للمستوي المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها: $y = x + 1$ ، $x = 0$ ، $x = 1$.

3as.ency-education.com

ency-education.com/exams