

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

يحتوي كيس على 7 كريات منها ثلاث حمراء تحمل الارقام 1.1.2 و اربعة بيضاء تحمل الارقام 3.2.1.1. نسحب من الكيس كرتين على التوالي وبدون ارجاع .

1- شكل شجرة الاحتمالات الموافقة لهذه الوضعية في الحالتين الاتيتين : باعتماد الوان الكرات . باعتماد الارقام المسجلة .

نعتبر الحوادث التالية:  $A$  الحصول على كرتين من نفس اللون .  $B$  : الحصول على كرتين مجموعهما ثلاثة

✓ - أحسب  $p(A)$  و  $p(B)$  , وبين ان :  $p(A \cap B) = \frac{4}{21}$  . هل الحادثين  $A$  و  $B$  مستقلتان ؟

✓ - علما ان الكرتين لهما نفس اللون ما احتمال ان يكون مجموع رقميهما ثلاثة ؟

✓ - علما ان الكرتين مجموع رقميهما ثلاثة ما احتمال ان يكون لهما نفس اللون ؟

2- ليكن  $X$  المتغير العشوائي الذي يرفق بكل عملية السحب مجموع الرقمين المحصل عليهما . عين قيم المتغير العشوائي .

• عرف قانون الاحتمال واحسب امله الرياضي .

**التمرين الثاني: (05 نقاط)**

المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  . نعتبر النقط  $A, B, C$  لواحقها على الترتيب

$$z_A = \sqrt{3} + i, z_B = 1 + i(\sqrt{3} + 2) \text{ و } z_C = 2i$$

$$-1 \quad \text{بين أن :} \left( \frac{z_A}{z_B - z_C} \right)^{2018} + \left( \frac{z_B - z_C}{z_A} \right)^{2018} = 1$$

2 بين انه يوجد دوران  $r$  يحول  $A$  الى  $B$  ومركزه  $C$  يطلب تعيين زاويته . ما طبيعة المثلث  $ABC$  ؟

3  $D$  نظيرة  $B$  بالنسبة الى  $C$  . عين  $E$  حتى يكون الرباعي  $BEDA$  مربع .

4  $(\gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تحقق  $BM^2 + DM^2 = 16$

$(\gamma')$  مجموعة النقط  $M$  من المستوي التي تحقق  $BM^2 - DM^2 = 0$

• بين ان  $A; B; D; E$  تنتمي الى  $(\gamma)$  ثم عين طبيعة المجموعة  $(\gamma)$  وعناصرها المميزة .

5 عين طبيعة المجموعة  $(\gamma')$  .

• عين تقاطع  $(\gamma)$  و  $(\gamma')$  .

## التمرين الثالث: ( 04 نقاط )

( $U_n$ ) متتالية عددية معرفة ب :  $U_0 = 0$  ومن اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{U_n^2 + 3}$

1 برهن بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $0 \leq U_n \leq 1$

2 بين ان  $U_n$  متزايدة تماما ثم استنتج انها متقاربة.

3  $V_n$  متتالية عددية معرفة كمايلي :  $V_n = U_n^2 + \alpha$

• عين  $\alpha$  حتى تكون  $V_n$  متتالية هندسية اساسها  $\frac{1}{4}$ .

نضع :  $\alpha = -1$

أ- اكتب  $U_n$  بدلالة  $n$  ثم احسب نهايتها.

ب- احسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = U_0^2 + U_1^2 + \dots + U_n^2$

## التمرين الرابع: ( 07 نقاط )

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$  كما يلي :  $f(x) = e^x - \frac{1}{x+1}$

( $\mathcal{C}_f$ ) المنحنى البياني للدالة  $f$  في المعلم المتعامد و المتجانس  $(\vec{o}; \vec{i}; \vec{j})$ .

1 - أحسب النهايات للدالة  $f$  على اطراف مجموعة التعريف . ثم فسر النتائج هندسيا.

2 - بين ان الدالة  $f$  متزايدة تماما ثم شكل جدول تغيراتها.

3 - احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} (f(x) - e^x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (f(x) - e^x)$ . ماذا تستنتج؟

4 - ادرس الوضع النسبي للمنحنى ( $\mathcal{C}_f$ ) و ( $\Gamma$ ) منحنى الدالة  $e^x \mapsto x$

5 - نعتبر أن المستقيم ( $T$ ) ذي المعادلة:  $y = 2x + \beta$  و  $\beta$  عدد حقيقي.

• عين قيمة العدد  $\beta$  حتى يكون المستقيم ( $T$ ) مماسا للمنحنى ( $\mathcal{C}_f$ ) في النقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

6 - أنشئ المماس ( $T$ ) و المنحنى ( $\Gamma$ ) و المنحنى ( $\mathcal{C}_f$ ). في نفس المعلم.

(II) نعتبر المعادلة ( $E$ ) التالية :  $f(x) = m^2$  ، حيث  $m$  عدد حقيقي كفي.

عين قيم العدد الحقيقي  $m$  بحيث للمعادلة ( $E$ ) حلان مختلفان في الاشارة.

7  $\lambda$  عدد حقيقي موجب تماما.

• احسب المساحة  $A(\lambda)$  المحددة بالمنحنين ( $\mathcal{C}_f$ ) و ( $\Gamma$ ) والمستقيمين  $x=0$  و  $x=\lambda$

• عين  $\lambda$  حتى تكون  $A(\lambda) = 1$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: ( 04 نقاط )

الفضاء منسوب الى معلم متعامد ومتجانس  $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$  نعتبر النقط  $A(1; -2; 4)$   $B(-2; -6; 5)$   $C(-4; 0; -3)$

- 1- احسب  $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$  ثم استنتج قياس للزاوية  $BAC$  مقربة الى الوحدة.
- 2- تحقق من ان المعادلة الديكارتية المستوي  $ABC$  هي  $x - y - z + 1 = 0$
- 3- عين احداثيات النقطة  $O'$  المسقط العمودي للنقطة  $O$  على المستوي  $(ABC)$ .
- 4- نسمي  $H$  المسقط العمودي ل  $O$  على المستقيم  $(BC)$  و  $\alpha$  العدد الحقيقي حيث  $\overline{BH} = \alpha \overline{BC}$

$$\alpha = \frac{\overline{BO} \cdot \overline{BC}}{\|\overline{BC}\|^2} \quad \text{1- برهن ان}$$

- استنتج العدد الحقيقي  $\alpha$  واحداثيات  $H$  ثم المسافة بين  $O$  والمستقيم  $(BC)$ .

### التمرين الثاني: ( 05 نقاط )

في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس  $(O; \vec{u}, \vec{v})$ . نعتبر النقط  $A, B, C$  و  $D$  لواحقتها

على الترتيب  $z_A, z_B, z_C, z_D$  و  $z_D$  حيث:  $z_A = i\sqrt{3}$ ,  $z_B = \bar{z}_A$ ,  $z_C = 3 + 2i\sqrt{3}$ ,  $z_D = \bar{z}_C$

$$1. \text{ بين أن : } \left(\frac{1+z_A}{2}\right)^{2018} + \left(\frac{1-z_A}{2}\right)^{2018} = -1$$

$$\text{عين قيم العدد طبيعي } n \text{ بحيث : } \left(\frac{1+z_A}{2}\right)^n - \left(\frac{1-z_A}{2}\right)^n = 0$$

2. تحقق أن :  $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} = \frac{z_D - z_B}{z_B - z_C}$  ، ثم استنتج أن النقط  $A, B, C$  و  $D$  تنتمي الى نفس الدائرة يطلب تعيين عناصرها

المميزة.

3. عين طبيعة الرباعي  $ABDC$  ، ثم احسب مساحته.

4.  $f$  التحويل النقطي الذي يرفق بكل نقطة  $M$  ذات اللاحة  $z$  ، النقطة  $M'$  ذات اللاحة  $z'$  حيث:

$$z' = \frac{z_C - z_A}{z_B - z_A} (z - z_A) + z_A$$

- عين طبيعة التحويل  $f$  و عناصره المميزة.

5.  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  ذات اللاحة  $z$  (حيث  $z \neq z_A$  و  $z \neq z_B$ ) المعرفة بالعلاقة:

$$\arg(z^2 + 3) = \arg(z + i\sqrt{3}) + 2k\pi \dots (E) \quad k \in \mathbb{Z}$$

- بين أنه يمكن كتابة العلاقة للمجموعة  $(\Gamma)$  على الشكل  $\arg(z - z_A) = 2k\pi$  ، ثم استنتج طبيعة المجموعة  $(\Gamma)$ .



### التمرين الثالث: ( 04 نقاط )

نعتبر المتالتين  $(U_n)$  و  $(V_n)$  المعرفتين كمايلي :

$$\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = \frac{4v_n + u_n}{5}, n \in N \end{cases} \quad \begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{4u_n + v_n}{5}, n \in N \end{cases}$$

نعتبر المتتالية  $(W_n)$  المعرفة كمايلي :  $W_n = V_n - U_n$

1- برهن انه من اجل عدد طبيعي  $n$  :  $W_n = \left(\frac{3}{5}\right)^n$  ; واحسب نهايتها.

2- اثبت بالتراجع انه من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $U_n < V_n$ .

3- بين ان المتتالية  $(U_n)$  متزايدة تماما وان  $(V_n)$  متناقصة تماما .

- استنتج ان  $U_n$  و  $V_n$  متجاورتان ولهما نفس النهاية  $l$ .

4-  $(t_n)$  متتالية معرفة ب :  $t_n = U_n + V_n$

- بين ان  $t_n$  متتالية ثابتة ثم استنتج قيمة  $l$ .

### التمرين الرابع: ( 07 نقاط )

(I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  كمايلي :  $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

✓ ادرس تغيرات الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها.

✓ بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1.32 < \alpha < 1.31$  ثم حدد اشارة  $g(x)$  حسب قيم  $x$ .

(II)  $f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0, +\infty[$  ب :  $f(x) = x - e + \frac{1 - \ln x}{x}$

( $C_f$ ) المنحنى البياني للدالة  $f$  في المعلم المتعامد و المتجانس  $(o; \vec{i}; \vec{j})$ . (وحدة الطول  $2cm$ )

1- بين انه من اجل عدد حقيقي من المجال  $]0, +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$ . ثم شكل جدول تغيراتها.

1. - بين ان :  $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$  ثم استنتج حصر  $f(\alpha)$ .

2. بين ان المستقيم ( $\Delta$ ) الذي معادلته :  $y = x - e$  مقارب مائل للمنحنى ( $C_f$ )

ادرس الوضعية النسبية بين ( $\Delta$ ) و ( $C_f$ ).

3. بين أن المنحنى ( $C_f$ ) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم ( $\Delta$ ) في النقطة يطلب تعيين إحداثياتها .

أكتب المعادلة الديكارتية للمماس (T)

5. انشئ (T) ( $C_f$ ) و ( $\Delta$ ) في نفس المعلم.

6- نسمي  $A(\alpha)$  المساحة المحددة بالمنحنين ( $C_f$ ) و ( $\Delta$ ) والمستقيمين  $x = e$  و  $x = \alpha$

بين أن  $A(\alpha) = 2(\alpha^2 - 1)^2 cm^2$