إمتحان بكالوريا التعليم الثانوي التجريبي رقم02 (دورة: ماي 2018)

الشعبة: علوم تجريبية إعداد الاستاذ:بالعبيدي محمد العربي

إختبار في مادة الرياضيات المدة: 03 ساعات ونصف

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضـــوع الأول

التمرين الأول:(05 نقط)

1) حل، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة $(z+\sqrt{3}-3i)(z^2-6z+12)=0$.

2) يُنسب المستوي المركب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النقط A، B، C التي لواحقها على الترتيب $z_A=3+i\sqrt{3}$، $z_B=3-i\sqrt{3}$، $z_C=-\sqrt{3}+3i$.

ا- أكتب كلاً من z_A و z_C و $\frac{z_C}{z_A}$ على الشكل الأسي ثم استنتج طبيعة المثلث OAC.

ب- أحسب $\left(\frac{z_B}{2\sqrt{3}}\right)^{2018}-\left(\frac{z_A}{2\sqrt{3}}\right)^{1439}$ (تعطى النتيجة النهائية على الشكل الجبري).

3) لتكن النقطة D نظيرة C بالنسبة إلى محور الفواصل. بيّن أنّ المستقيمين (AD) و (BC) متعامدان

4) عيّن نسبة و زاوية التشابه المباشر S الذي مركزه $E(3-\sqrt{3};0)$ و يحوّل النقطة A إلى النقطة C

5) بيّن أنّ النقط A، E، O، C تنتمي إلى دائرة واحدة يطلب تعيين مركزها و نصف قطرها.

التمرين الثاني:(03 نقط)

كيس A يحتوي على 6 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 1، 2، 2، 2، 4، 4 و كيس B يحتوي على 4 قريصات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس تحمل الأرقام التالية : 0، 1، 2، 4 .

نسحب قريصة رقمها x من الكيس A ثم قريصة رقمها y من الكيس B.

1/ احسب احتمال الحصول على رقمين متساويين $(x=y)$

2/ ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل ثنائية (x,y) العدد x^y .

أ- عين قيم المتغير العشوائي X، ثم بين أن : $P(X=4)=\frac{5}{24}$ واحسب : $P(X\le 4)$

ب-عيّن قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم تحقق أن أمله الرياضي يساوي $\frac{209}{8}$

التمرين الثالث:(04 نقط)

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ $u_0=\frac{1}{12}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n+\frac{1}{6}$.

أ) $u_n=-\frac{7}{12}\left(\frac{3}{4}\right)^n+\frac{2}{3}$ ، ب)المتتالية (u_n) متناقصة تماما على $\mathbb{N}$ ، جـ) (u_n) متباعدة

2) في المستوي المركب المستوي المركّب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{u},\vec{v})$.

أ-التحويل T الذي كتابته المركبة $z'=-\frac{\sqrt{2}}{2}(1-i)z$ دوران زاويته $-\frac{\pi}{4}$ ومركزه O.

ب-مجموعة النقط $M(z)$ حيث $\arg(z-i)=-\frac{\pi}{4}$ هي المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+1$

3) الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$.

أ-المستوي (P) الذي معادلته: $x+y-z+1=0$ والمستقيم (d) الذي يشمل النقطة $A\ 2;1;-1$

و $\vec{u}\ -1;-1;1$ شعاع توجيه له لايشتركان في أية نقطة .

ب-معادلة المستوي (Q) الذي يشمل مبدأ المعلم O ويوازي المستوي (P) هي: $x-y+z=0$.

التمرين الرابع: (08 نقط)

I- f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=1-\frac{1}{2}x-\frac{2}{e^x+1}$

و (C_f) المنحني الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x، $1-\frac{1}{e^x+1}=\frac{1}{1+e^{-x}}$ ثم بين أن f دالة فردية .

1. أحسب: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

3. أ) بين أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، $f'(x)=-\frac{1}{2}\left(\frac{e^x-1}{e^x+1}\right)^2$ ثم استنتج جدول تغيرات f على $\mathbb{R}^+$

ب) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي موجب x، $1-\frac{2}{e^x+1}\leq\frac{1}{2}x$.

4. احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\left(1-\frac{1}{2}x\right)\right]$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

5. ارسم المستقيم (Δ) الذي معادلة له $y=-\frac{1}{2}x+1$ والمنحنى (C_f) .

6. أ) بين أن الدالة $x\mapsto\ln(e^{-x}+1)$ دالة أصلية للدالة $x\mapsto-\frac{1}{e^x+1}$ على $\mathbb{R}$.

ب) احسب مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و والمستقيمات التي معادلتها على الترتيب: **y=0**، $x=-1$ و $x=0$.

II- (u_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=1-\frac{2}{e^{u_n}+1}$.

1. إذا علمت أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $u_n>0$ بين أن $u_{n+1}\leq\frac{1}{2}u_n$.

2. استنتج أن المتتالية (u_n) متناقصة على $\mathbb{N}$.

3. بين أنه من أجل كل $n\in\mathbb{N}$، $u_n\leq\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$.

الموضــوع الثاني

التمرين الأول:(05 نقط)

I) ليكن $P(z)$ كثير حدود للمتغيّر المركب z حيث : $P(z)=z^3+z^2-4z+6$.

1) بيَن أنه ، من أجل كل عدد مركب z ، $\overline{P(z)}=P(\overline{z})$.

2) تحقق أن $1+i$ جذر لكثير الحدود $P(z)$ ، ثم استنتج جذرا آخر له .

3) حل ، في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ ، المعادلة $P(z)=0$.

II) نعتبر في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس ، النقط A ، B و C التي لاحقاتها: $z_A=-1$ ، $z_B=1+i$ و $z_C=\overline{z_B}$ على الترتيب .

1)التحويل النقطي S يرفق بكل نقطة $M(z)$ من المستوي النقطة $M'(z')$ حيث: $z'=(1+i)z+i$

أ - ما طبيعة التحويل S ؟ عيَن عناصره المميَزة .

ب- لتكن M نقطة تختلف عن A . ما طبيعة المثلث AMM' ؟

2) n عدد طبيعي و M_n نقطة من المستوي تختلف عن A ، لاحقتها العدد المركب z_n .

نضع: $M_0=O$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $M_{n+1}=S(M_n)$.

أ- أثبت أنه ، من أجل كل عدد طبيعي n ، $z_n=(1+i)^n-1$.

ب- عيَن قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها تكون النقط O ، A و M_n في استقامية

التمرين الثاني:(04 نقط)

في معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j};\vec{k})$ من الفضاء نعتبر النقط :

$A(-1;3;2)$ ، $B(1;4;4)$ ، $C(0;4;2)$ ، $D(1;0;2)$ و $E(-9;-4;-1)$

1/ بيَن أن النقط A ، B و C تعين مستويا (ABC) يطلب تعين معادلته الديكارتية

2/ نعتبر المستقيم (Δ) المعرف بالتمثيل الوسيطي : $(t\in\mathbb{R})$ $\begin{cases} x=-2t+1 \\ y=3t-4 \\ z=2t \end{cases}$

أ- تحقق أن النقطة D و المستقيم (Δ) تعين مستويا (P) يطلب تعين تمثيلا وسيطيا له

ب-استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (P)

جـ- بيَن أن المستويين (ABC) و (P) متعامدان

3/ أ- تحقق أن تقاطع المستويين (P) و (ABC) هو المستقيم (D) الذي يقبل الجملة التالية:

$\begin{cases} x=-7+2\alpha \\ y=-8+3\alpha \\ z=\alpha \end{cases}$ $(\alpha\in\mathbb{R})$ تمثيلا وسيطيا له .

ب- تحقق من أن النقطة E لاتنتمي إلى (P) و لاتنتمي للمستوي (ABC)

جـ - أوجد المسافة بين النقطة E و المستقيم (D) بطريقتين مختلفتين.

التمرين الثالث:(05 نقط)

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-1;2]$ كما يلي : $f(x)=\frac{2-2x}{x-3}$ و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$ الوحدة $2cm$

1-أ- ادرس تغيرات الدالة f على المجال $[-1;2]$.

ب- استنتج انه إذا كان $x\in[-1;2]$ فان $f(x)\in[-1;2]$

1) لتكن المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0=\frac{3}{2}$ و من اجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=f(u_n)$

أ- استعمل (C) و المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ لتمثيل الحدود u_0 ; u_1 ; u_2 ; u_3 للمتتالية (u_n) دون حسابها

ب- أعط تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها ؟

2) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $-1<u_n<2$.

ب- بين أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما . ماذا تستنتج ؟

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من اجل كل عدد طبيعي n ، كما يلي : $v_n=\frac{u_n+1}{u_n-2}$

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعين أساسها و حدها الأول.

ب- أكتب v_n بدلالة n ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} v_n$. استنتج $\lim_{n\to+\infty} u_n$

التمرين الرابع:(07 نقط)

الجزء الأول : نعتبر الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ حيث: $g(x)=\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right)-\frac{2}{x^2+1}$

1-ادرس تغيرات الدالة g .

2-بيّن أنه يوجد عدد حقيقي وحيد α حيث $0,5<\alpha<0,6$ يحقق: $g(\alpha)=0$، ثم استنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني :نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ :
$$\begin{cases} f(x)=x\ln\left(1+\frac{1}{x^2}\right) & x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

نرمز بـ (C) للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ومتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $5cm$

1- أ) احسب نهاية $x.f(x)$ عندما يؤول x إلى $+\infty$ ، ب)استنتج أن : $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ و فسّر النتيجة بيانيا.

2- أ) أثبت أن : $f(\alpha)=\frac{2\alpha}{1+\alpha^2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$

ب) بيّن أنه من أجل كل $x\in]0;+\infty[$ فان : $f'(x)=g(x)$

ج) أحسب $\lim_{x\to0}\frac{f(x)}{x}$ أعط تفسيرا هندسيا للنتيجة .

د) بيّن أن : $\lim_{x\to0} f(x)=0$ ماذا تعني هذه النتيجة بالنسبة للدالة f ؟

3- شكل جدول تغيرات الدالة f

4- أرسم بعناية المنحني (C) الممثل للدالة f