الجمهورية الجزائرية الديّمقراطية الشّعبية

وزارة التّربية الوطنية

مديرية التّربية لولاية تبسة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي دورة (ماي 2018)

الشعبة : علوم تجريبية | ثانوية : الشهيد شريط لزهر الحمامات

اختبار في مادة الرياضيات | المدّة: 03 سا و30د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

# الموضوع الأول

## التّمرين الأول: (4 نقاط)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = 1+\sqrt{u_n - 1}$

1) برهن بالتراجع، أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ فإن $1 < u_n < 2$.

2) بين أن $(u_n)$ متزايدة ثم استنتج أنها متقاربة.

3) نعتبر المتتالية $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المُعرّفة بـ: $t_n = \ln(u_n - 1)$

أ- بين أن $(t_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ ثم عبر عن $t_n$ بدلالة $n$ و استنتج $u_n$ بدلالة $n$

ب- عين $\lim\limits_{n\to+\infty}(t_n)$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n)$.

ج- أحسب الجداء $P_n = t_0 \times t_1 \times ....... \times t_n$

## التّمرين الثّاني: (4 نقاط)

1) حل، في مجموعة الأعداد المركّبة $\mathbb{C}$، المعادلة $z^2+\sqrt{3}z+1=0$. ثم أكتب الحلول على الشكل الأسي.

2) المستوي المركّب منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$. نعتبر النّقطة $A$، التي لاحقتها $z_A = -\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$

عين $z_B$ لاحقة النقطة $B$ التي تنتمي للمحور التخيلي بحيث يكون المثلث $OBA$ متقايس الأضلاع.

3) ليكن $R$ الدّوران الذي مركزه النّقطة $O$ وزاويته $-\frac{\pi}{3}$.

أ) أكتُب العبارة المركّبة للدّوران $R$.

ب) أوجد $z_{A'}$ لاحقة النّقطة $A'$ صورة النّقطة $A$ بالدّوران $R$.

4) $(T)$ مجموعة النّقط $M$، ذات اللاّحقة $z$، من المستوي المركّب بحيثُ: $|iz-2-i| = |\bar{z}+3i|$ .

عين طبيعة المجموعة $(T)$ ثم أنشئها .

## التّمرين الثّالث: (5 نقاط)

صندوق يحتوي على 4 كرات حمراء و كرتين سوداوين . الكرات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس . نسحب عشوائيا على التوالي ودون ارجاع كرتين من الصندوق .

1) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية : $A_0$ " لم نسحب أي كرات سوداء "

$A_1$ " سحب كرة سوداء بالضبط ".

$A_2$ " سحب كرتين سوداوين ".

2) بعد السحب الأول بقيت في الصندوق 4 كرات ، نجري سحبا اخر على التوالي ودون ارجاعٍ، نعتبر الحوادث التالية : $B_0$ " لم نسحب أي كرات سوداء عند السحب الثاني".

$B_1$ " سحب كرة سوداء بالضبط في السحب الثاني ".

$B_2$ " سحب كرتين سوداوين عند السحب الثاني ".

أ) أحسب $P_{A_0}(B_0)$ ، $P_{A_1}(B_0)$ ، $P_{A_2}(B_0)$ و استنتج $P(B_0)$

ب) اذا علمت أنه عند السحب الثاني حصلنا على كرة سوداء بالضبط ، فما هو احتمال الحصول على كرة سوداء بالضبط عند السحب الأول .

3) نسحب عشوائيا 3 كرات من الصندوق في أن واحد . نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة .

أ) أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ و أحسب أمله الرياضياتي.

ب) احسب التباين و الانحراف المعياري.

## التّمرين الرّابع: (07 نقاط)

I. لتكن $g$ الدالّة العدديّة المُعرّفة على المجال $]0,+\infty[$ $g(x)=\dfrac{x+1}{2x+1}-\ln(x)$.

1) أدرس تغيُّرات الدّالّة $g$ ، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$ يحقق $1<\alpha<2$

3) استنتج اشارة $g(x)$ من أجل كل $x$ من $]0,+\infty[$.

II. لتكن $f$ الدالّة العدديّة المُعرّفة على $]0,+\infty[$ بـ $f(x)=\dfrac{2\ln x}{x^2+x}$ و ليكن $(C_f)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد للمستوي. وحدة الطول : محور الفواصل $1 \to 1cm$ ، محور التراتيب $1 \to 5cm$.

1) أُحسُب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ فسِّر هندسيّاً النّتائج.

2) أ- بين أنّه من أجل كل $x$ من المجال $]0,+\infty[$ أن: $f'(x)=\dfrac{2(2x+1)}{(x^2+x)^2}g(x)$.

ب - استنتج اتجاه تغيُّر الدّالّة $f$ ، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

3) عين معدلة المماس $(\Delta)$ عند النقطة ذات الفاصلة 1

4) أنشئ $(\Delta)$ و $(C_f)$. تعطى $f(\alpha)=0,4$

5) ناقش، بيانيّاً، حسب قيم الوسيط الحقيقي $m$ عدد و إشارة حلول المعادلة، ذات المجهول الحقيقي $x$، حيثُ $x^2+x+2\ln x = m(x^3+x^2)$

انتهى الموضوع الأول

# الموضوع الثاني

## التّمرين الأول:(04 نقاط)

صندوق $U_1$ يحتوي على 4 كرات تحمل الرقم 2 وكرتين تحملان الرقم 1 و صندوق $U_2$ يحتوي على 3 كرات حمراء و 4 كرات خضراء الكرات متماثلة و لا نفرق بينها باللمس. نسحب عشوائيا كرة من الصندوق $U_1$ .

1) أحسب احتمال كل من الحوادث التالية :

$A$ " الكرة المسحوبة تحمل الرقم 1 ".

$B$ "الكرة المسحوبة تحمل الرقم 2 ".

2) نعتبر التجربة التالية نسحب كرة من الكيس $U_1$ إذا كانت تحمل الرقم 1 نسحب كرة من $U_2$ و إذا كانت تحمل الرقم 2 نسحب كرتين في ان واحد من $U_2$

$B_0$ " أحسب احتمال الحصول على كرة حمراء".

$B_1$ " أحسب احتمال الحصول على كرتين حمراء ".

3) نسحب عشوائيا 3 كرات من الصندوق $U_2$ و في آن واحد و نعتبر المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الكرات الحمراء المسحوبة.

أ) أعط قانون الاحتمال للمتغير العشوائي $X$ و أحسب أمله الرياضياتي.

ب) احسب التباين و الانحراف المعياري.

## التّمرين الثاني:(04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس. نعتبر النّقط $A(2,1,3)$ ، $B(-3,-1,7)$ و $C(3,2,4)$.

1) أثبت أنّ النقط $A$ ، $B$ و $C$ تعين مستو يا وحيدا $(ABC)$ .

2) ليكن $(\Delta)$ المستقيم المعرف بالتمثيل الوسيطي $t \in \mathbb{R}$ $\begin{cases} x = -7+2t \\ y = -3t \\ z = 4+t \end{cases}$ $(\Delta)$.

بين أن المستقيم $(\Delta)$ يُعامد المستوي $(ABC)$، ثم أكتُب معادلة ديكارتيّة للمستوي $(ABC)$.

3) نسمي $H$ النقطة المشتركة بين $(\Delta)$ و $(ABC)$.

بين أن $H$ هي مرجح الجملة المثقلة $(A,-2);(B,-1);(C,2)$

4) نعتبر $(T_1),(T_2)$ مجموعتي النقط من الفضاء و التي تحقق :

$(T_1):(-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC})(\overrightarrow{MB}-\overrightarrow{MC})=0$ و $(T_2):\left\|-2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\sqrt{29}$

عين طبيعة كل من المجموعتين $(T_1),(T_2)$ ، ثم عين طبيعة تقاطعهما .

## التّمرين الثالث: (05 نقاط)

المستوي المركّب منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O,\vec{u},\vec{v})$.

نعتبر في مايلي النّقط $A$ ، $B$ و $C$ التي لواحقها $z_A = 4-3i$ ، $z_B = 4+3i$ و $z_C = 7$ على التّرتيب

عين الاقتراح الصحيح مع التعليل من بين الاقتراحات التالية :

1) المعادلة $z^3-15z^2+81z-175=0$ للمتغيّر المركّب $z$ حيث $z_0=7$ حلا لها تقبل ثلاث حلول هي:

أ) $S=\left\{7,4-3i,4+3i\right\}$ ب) $S=\left\{7,-4-3i,-4+3i\right\}$ ج) $S=\left\{-7,4-3i,4+3i\right\}$

2) العدد $\left(\frac{z_A-z_C}{z_B-z_C}\right)^{2018}$ يساوي:

أ) $1$ ب) $0$ ج) $-1$ .

3) لدينا $z_A-z_C=i\left(z_B-z_C\right)$ المثلّث $ABC$

أ) قائم في $C$ ب) قائم في $C$ و متساوي الساقين ج) متساوي الساقين .

4) العبارة المركبة للدوران $R$ الذي مركزه $\omega$ ذات اللاحقة $z_\omega=4$ و يُحوّل النّقطة $C$ إلى النّقطة $B$ فإن العبارة المركبة لهذا التحويل :

أ) $z'=iz+4-4i$ ب) $z'=2iz+3-4i$ ج) $z'=iz+3-4i$.

5) $(T)$ مجموعة النّقط $M$، ذات اللاّحقة $z$، من المستوي المركّب حيثُ يكون $\frac{z-z_B}{z-z_C}$ تخيّلياً صرفاً جزؤه التّخيّلي موجب هي :

أ)المستقيم $(AB)$ ب) دائرة قطرها $[AB]$ ج) هي نصف دائرة قطرها $[BC]$ باستثناء النّقطتين $B$ و $C$

## التّمرين الرابع: (07 نقاط)

I. لتكن $g$ دالّة عدديّة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=2-(2x+1)e^{2x}$.

1) أدرس تغيرات الدّالّة $g$، ثُمّ شكّل جدول تغيُّراتها.

2) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيد $\alpha$ بحيث $0,1<\alpha<0,3$ ، ثم استنتج اشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II. لتكن $f$ دالّة عدديّة مُعرّفة على $\mathbb{R}$ بـ $f(x)=2x-1-xe^{2x}$

و ليكن $\left(C_f\right)$ تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس للمستوي.

1) أحسُب نهايات الدّالّة $f$ بجوار أطراف مجموعة تعريفها. ثم فسر النتائج هندسيا .

2) أثبت أن اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)$ ثم استنتج اتجاه تغيُّر الدّالّة $f$، و شكّل جدول تغيُّراتها.

3) أثبت أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=2x-1$ مستقيم مقارب مائل لـ $\left(C_f\right)$، ثم أدرس الوضع النسبي لـ $\left(C_f\right)$ و $(\Delta)$.

4) بين أن $f(\alpha)=-1+\frac{4\alpha^2}{2\alpha+1}$، جد حصرا لـ $f(\alpha)$ ثم أنشئ $\left(C_f\right)$ و $(\Delta)$.

5) بين أن الدالة $H$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ $H(x)=\frac{1}{4}(2x-1)e^{2x}$، دالة أصلية لـ $x\to xe^{2x}$، ثم أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني $\left(C_f\right)$ و المستقيمات $y=2x-1$ ، $x=0$ و $x=1$

انتهى الموضوع الثاني

بالتوفيق في شهادة البكالوريا

اساتذة المادة