امتحان الباكالوريا التجريبي رقم 01 — الاستاذ : بالعبيدي محمد العربي

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول:

التمرين الأول: (04 نقاط)

الفضاء منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، نعتبر النقط: $A(-2;-1;3)$، $B(1;3;5)$،
$C\left(2;-\frac{1}{2};-4\right)$ و $D(2;-2;-3)$ و المستقيم (Δ) المعرف بتمثيله الوسيطي: $\begin{cases} x=1+t \\ y=-2t \\ z=3-6t \end{cases}$، و $t\in\mathbb{R}$

1) عين تمثيلا وسيطيا للمستقيم (AB).

2) بين أن (Δ) و (AB) ليسا من نفس المستوي.

3) (P) مستوي يوازي (Δ) و يشمل (AB).

أ- بين أن الشعاع $\vec{n}(2;-2;1)$ شعاع ناظمي للمستوي (P).

ب- استنتج معادلة ديكارتية للمستوي (P).

ج-بين أن المسافة بين نقطة كيفية M من (Δ) و المستوي (P) مستقلة عن موضع M.

4) تحقق أن النقطة D تنتمي إلى المستقيم (Δ) و أن النقطة C تنتمي إلى المستوي (P).

أ- بين أن المثلث ABC قائم في A، و أحسب مساحته.

ب- أحسب حجم رباعي الوجوه $ABCD$.

التمرين الثاني: (04نقاط)

g الدالة المعرفة على المجال $]-2;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=x-\ln(x+2)$ و المثلة بمنحنيها (C) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس (**الشكل في الورقة الملحقة**)

1) احسب $g(-1)$، بقراءة بيانية حدد اتجاه تغير الدالة g

2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=3$ و $u_{n+1}=g(u_n)$

أ) مثل الحدود u_0,u_1,u_2,u_3 مستعينا بالمنحنى (C) (**التمثيل على الورقة الملحقة**)

ب) برهن بالتراجع على أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n\geq -1$

ج) بين أن المتتالية (u_n) متناقصة

د) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة ، أحسب نهايتها

3). نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} v_0=0 \\ v_n=\ln\left[(u_0+2)(u_1+2)\cdots\cdots(u_{n-1}+2)\right] \end{cases}$, $n\geq 1$

أ) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n=3-u_n$

ب) استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_0+2)(u_1+2)\cdots\cdots(u_{n-1}+2)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

1) حل في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$، المعادلة ذات المجهول z: $z^2+z+1=0$

2) في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، نعتبر النقط A، B، C، D و F ذات اللواحق: $z_A=-\frac{1}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}i$، $z_B=\overline{z_A}$، $z_C=-2$، $z_D=-2+2\sqrt{3}i$ و $z_F=\overline{z_D}$ على الترتيب.

أ) أكتب z_A و z_B على الشكل المثلثي، ثم علّم النقط A، B، C، D و F. ب) ما طبيعة المثلث ABC؟

3) ليكن $\Re$ الدوران الذي يرفق بكل نقطة $M(z)$ النقطة $M'(z')$ حيث: $z'+2=e^{-i\frac{\pi}{3}}(z+2)$

أ) عين مركز و زاوية الدوران $\Re$. ب) بين أن لاحقة النقطة E صورة النقطة D بالدوران $\Re$ هي: $z_E=1+\sqrt{3}i$

ج) أكتب العدد $\frac{z_F-z_E}{z_D-z_E}$ على الشكل الجبري، ثم استنتج أن المستقيمين (ED) و (EF) متعامدان

4) لكل عدد مركب z يختلف عن E، نرفق العدد المركب z' حيث: $z'=\frac{z-z_C}{z-z_E}$ و لتكن (Γ_1) مجموعة النقط M ذات اللواحق z بحيث يكون z' عددا تخيليا صرفا - عين و أنشئ المجموعة (Γ_1).

5) أ) لتكن G مرجح الجملة $\{(A,|z_A|);(B,|z_B|);(C,|z_C|)\}$، حدد z_G لاحقة النقطة G.

(Γ_2) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+2\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}-2\overrightarrow{MC}\right\|$

ب) تحقق أن C تنتمي إلى (Γ_2)، ثم عين طبيعة المجموعة (Γ_2).

التمرين الرابع: (07 نقاط)

المستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ وحدة الطول $2cm$ ولتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=x-1+(x^2+2)e^{-x}$

الجزء 01: لتكن g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $g(x)=1-(x^2-2x+2)e^{-x}$

1) أدرس تغيرات الدالة g، ثم شكل جدول التغيرات

2) أثبت أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$ و تحقق أن: $0{,}35\leq\alpha\leq0{,}36$ ثم إستنتج اشارة $g(x)$

الجزء 02: 1) أحسب نهاية الدالة f عند $-\infty$ و عند $+\infty$.

2) أحسب $f'(x)$، و استنتج تغيرات الدالة f

3) أثبت أن: $f(\alpha)=\alpha(1+2e^{-\alpha})$، و استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب لـ (C_f) بجوار $+\infty$، و حدد وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0.

6) أرسم (Δ)، (T) و (C_f)

7) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $-m-1+(x^2+2)e^{-x}=0$ حل وحيد موجب.

8) جد الأعداد الحقيقية a، b و c بحيث تكون الدالة h: $h(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$ دالة أصلية على $\mathbb{R}$ للدالة المعرفة بـ: $x\mapsto(x^2+2)e^{-x}$

9) جد مساحة الحيز $A(\alpha)$ المحدد بـ (C_f) المستقيم (Δ) والمستقيمين ذي المعادلتين $x=0$ و $x=\alpha$.

الموضوع الثاني:

التمرين الأول: (05 نقاط)

1) حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+12=0$.

2) في المستوي المركب المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$ ، نعتبر النقطتين A وَ B لاحقتاهما على الترتيب : $z_A=3-i\sqrt{3}$ ، $z_B=3+i\sqrt{3}$.

أ) بيّن أنه يوجد دوران r مركزه O و يحوّل A إلى B ، ماهي زاويته ؟ . إستنتج طبيعة المثلّث OAB .

ب) عيّن لاحقة النقطة G مركز ثقل المثلث OAB .

3) (C) هي مجموعة النقط M ذات اللاحقة z حيث : $z=z_G+2e^{i\theta}$ ، $(\theta\in\mathbb{R})$.

أ) ما طبيعة (C) ؟ . وَ ما هي عناصرها المميزة ؟ .

ب) أنشئ النقطة E من (C) حيث : $(\vec{u};\overrightarrow{GE})=\dfrac{\pi}{6}$.

ج) بيّن أنّ : $z_E=2+\sqrt{3}+i$ ، ثمّ بيّن أنّ : $\arg(z_E)=\dfrac{\pi}{12}+2k\pi$.

د) إستنتج القيمة المضبوطة لكل من : $\cos(\dfrac{\pi}{12})$ وَ $\sin(\dfrac{\pi}{12})$.

التمرين الثاني: (4 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بـ : $u_0=2$ و من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{1}{2}u_n+2n$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n ، $u_n\geq n$ ، إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

2) (v_n) المتتالية المعرفة بـ : $v_n=u_n-4n+b$ حيث b عدد حقيقي .

أ) عين b حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعين اساسها و حدها الاول

ب) أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج u_n بدلالة n . ج) أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

3) نضع: $S_n=v_0+v_1+...+v_n$ و $S'_n=u_0+u_1+...+u_n$ أحسب S_n بدلالة n ثم بين أن ، $S'_n=S_n+(n+1)(2n-8)$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

نفترض أن لدينا ثلاث أكياس متماثلة ، الكيس الأول U_1 يحوي 3 كريات حمراء و5 كريات سوداء ، الكيس الثاني U_2 يحوي كريتين حمراوين وكرية سوداء ، أما الكيس الثالث U_3 فيحوي كريتين حمراوين و 3 كريات سوداء (كل الكريات متماثلة ولانميز بينها في اللمس) . نختار كيسا عشوائيا ونسحب منه كرية واحدة :

1) أنجز شجرة الاحتمالات الموافقة لمعطيات النص مبرزا عليها احتمالات الحوادث

2) إذا كانت الكرية المسحوبة حمراء ، ما احتمال ان تكون من الكيس U_2؟.

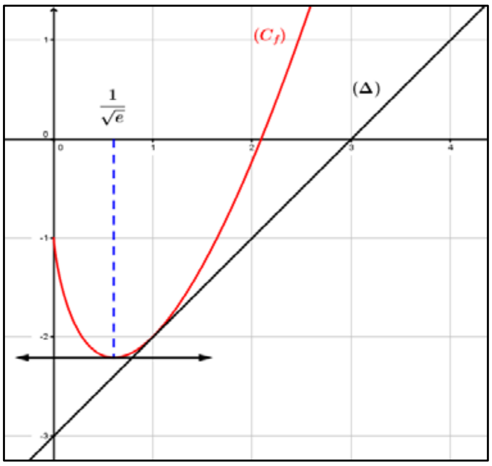
3)نضع جميع كريات الأكياس السابقة في صندوق واحد ونسحب منه كريتين في آن واحد.إذا كانت الكريتان المسحوبتان حمراوين يربح الاعب 13 دج و إذا كانت الكريتان المسحوبتان سوداون يخسر الاعب 16 دج أما إذا كانت الكريتان المسحوبتان من لونين مختلفين يربح الاعب 3 دج .ليكن X المتغير العشوائي لهذه اللعبة

أ-عيّن قانون احتمال المتغير العشوائي X.

ب- احسب الأمل الرياضي E(X) لهذه اللعبة ، هل اللعبة عادلة؟

جـ- أحسب التباين V(X) و الإنحراف المعياري $\delta(X)$ للمتغير العشوائي X.

التمرين الرابع: (07 نقاط)



الجزء الأول: g الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ :

$g(x)=2x\ln x-x-1$ المنحنى (C) المقابل هو التمثيل البياني للدالة g في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ المنحنى (C) يقبل مماسا موازيا لمحور الفواصل عند النقطة التي فاصلتها $\frac{1}{\sqrt{e}}$ و (Δ) هو المماس لـ (C) في النقطة التي فاصلتها 1

1) بقراءة بيانية:

أ) حدد $g'\left(\frac{1}{\sqrt{e}}\right)$ ، $g(1)$ و $g'(1)$ ، ثم عين معادلة للمماس (Δ) ، ب) شكل جدول تغيرات الدالة g .

2) أ) علل وجود عدد حقيقي α حيث: $2<\alpha<2,1$ و $g(\alpha)=0$ ، ب)إستنتج إشارة $g(x)$ على المجال $]0;+\infty[$

الجزء الثاني: f الدالة العددية المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $\begin{cases} f(x)=x^2(\ln x-1)-x \;;x>0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أ) بين أن الدالة f مستمرة عند الصفر من اليمين

ب) بين أن $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} \frac{f(x)}{x}=-1$ ، إستنتج أن الدالة f تقبل الاشتقاق من اليمين، ثم أكتب معادلة نصف المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة O من اليمين .

2) أ)أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

ب) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ، $f'(x)=g(x)$ وشكل جدول تغيرات f

3) بين أن $f(\alpha)=-\left(\frac{\alpha^2+\alpha}{2}\right)$ ، ثم إستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

4) ليكن (Δ) المستقيم الذي معادلته $y=-x$

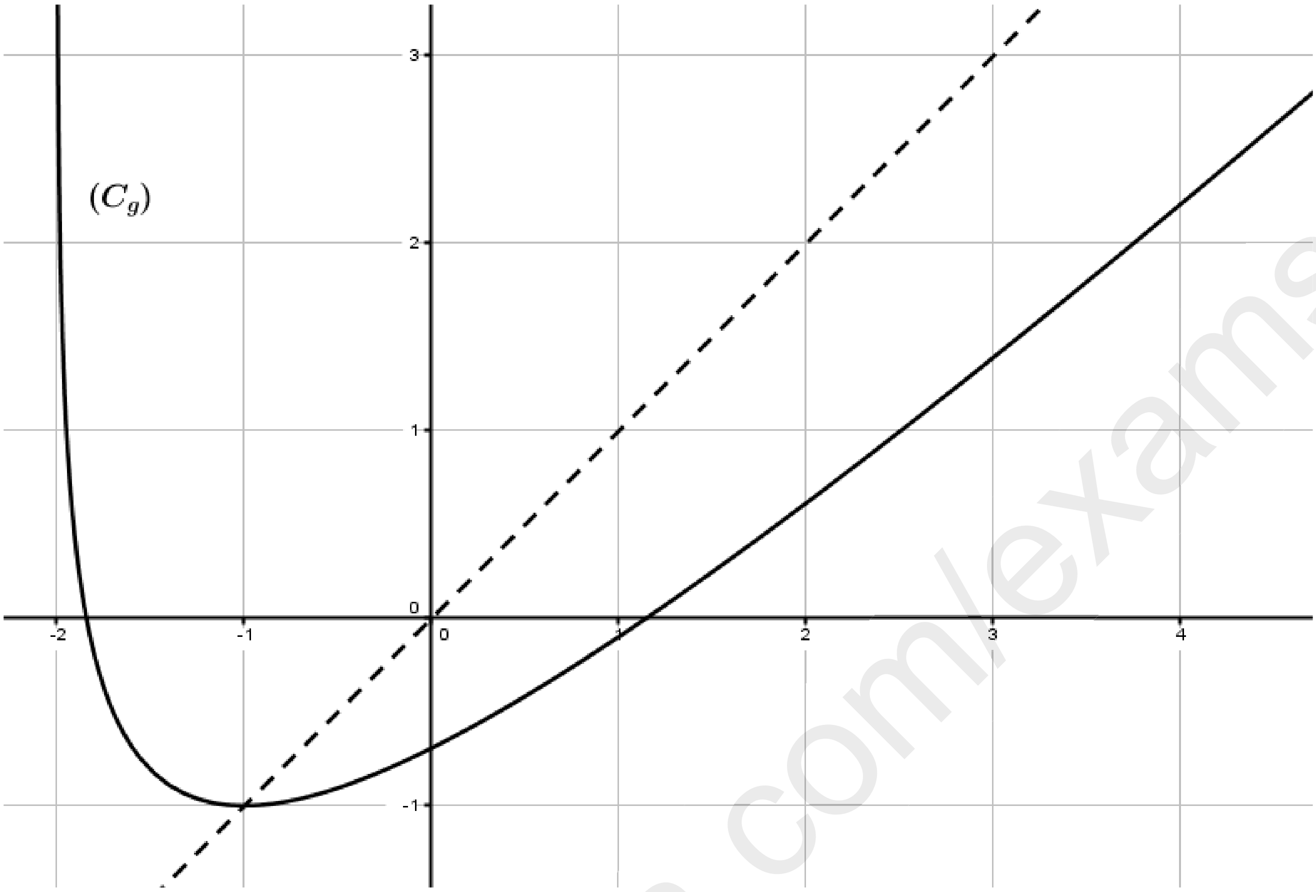
أ) أدرس الوضعية النسبية لـ (Δ) و (C_f) . ب) أنشئ (Δ) و (C_f) . نأخذ: $f(3,55)\approx 0$

5) F الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $F(x)=\frac{x^3}{9}(3\ln x-4)$

أ) أحسب $F'(x)$ ، ثم إستنتج دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto x+f(x)$ على $]0;+\infty[$.

ب)بين أن مساحة حيز المحدد بـ(C_f) و(Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x=1$ و $x=e$ تساوي $A=\frac{e^3-4}{9}$

الورقة الملحقة :   الاسم :   اللقب: القسم :



الورقة الملحقة :   الاسم :   اللقب: القسم :