

ملاحظة

كَمْ تُمنَحُ نُقْطَةً وَاحِدَةً عَلَى تَنْظِيمِ وَرَقَّةِ الْإِجَابَةِ

السُّؤَالُ النَّظَرِي: (نُقْطَةُ وَاحِدَةٍ)

علما أنَّ الدالة "ln" مستمرة وقابلة للإشتقاق على $[0; +\infty[$.

أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $[0; +\infty[$, $\ln'(x) = \frac{1}{x}$.

التمرين الأول: (03 نقاط): أجب بـ: صحيح أو خطأ مع التبرير.

1- من أجل كل x من $\mathbb{R}_+^*$, و من أجل كل n من $\mathbb{Q}$, $\ln(\ln((x)^{(2)^{(-n)}})) = -n \ln 2 + \ln(\ln(x))$.

2- من أجل كل x من $[-1; 0[$, $e^{\ln(|x|)} = \frac{1}{x}$.

3- لدينا: n عدد طبيعي غير معدوم و x عدد حقيقي من $[0; \frac{\pi}{2}]$.

إذا كان: $\begin{cases} \log(\sin x) + \log(\cos x) = -1 \\ \log(\sin x + \cos x) = \frac{1}{2}(-1 + \log n) \end{cases}$ فإن: $n = 12$.

التمرين الثاني: (08 نقاط):

في الشكل المقابل، C_f هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على $[0; +\infty[$ بالعلاقة $f(x) = \frac{4x}{1+x}$ ولدينا $\Delta: y = x$.

I- تحقق أنَّ الدالة f متزايدة تماما على المجال $[0; 3]$.

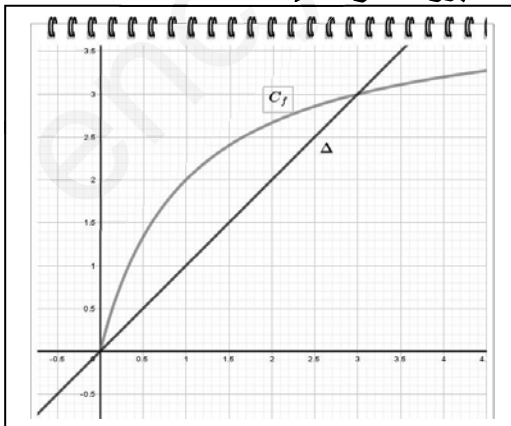
II- لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بجدها الأول $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n , $u_{n+1} = \frac{4u_n}{1+u_n}$.

(1) أعد رسم الشكل ثم مثل الحدود u_0, u_1, u_2 و u_3 على محور الفواصل دون حسابها، مبرزاً خطوط الإنشاء.

(2) ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها.

(3) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $0 < u_n < 3$.

(4) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة.



III- (v_n) المتتالية العددية المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n = \frac{u_n - 3}{u_n}$.

(1 - أ) بين أنَّ المتتالية (v_n) هندسية يُطلب تعيين أساسها و حدّها الأوّل.

(1 - ب) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $u_n = \frac{3}{1 + 2\left(\frac{1}{4}\right)^n}$.

(2) عين قيمة العدد الطبيعي n بحيث: $v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_n = -\frac{341}{128}$.

(3) نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \frac{3}{u_0} + \frac{3}{u_1} + \frac{3}{u_2} + \dots + \frac{3}{u_n}$.

(3 - أ) بيّن أنّه من أجل كل عدد طبيعي n ، $S_n = \frac{8}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{4}\right)^{n+1}\right) + n + 1$.

(3 - ب) أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{S_n}{n}\right)$.

(3 - ج) أدرس إتجاه تغير المتتالية (S_n).

التمرين الثالث (07نقاط):

الجزء الأوّل:

g الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = e^x(2-x) - 2$. C_g تمثيلها في معلم متعامد و متجانس.

(1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$.

(2) أدرس إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أنَّ المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.5 < \alpha < 1.6$.

(4) أحسب $g(0)$ ثم استنتج إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$.

(5) بين أن معادلة المماس لمنحنى الدالة g في النقطة ذات الفاصلة α تُكتب على الشكل: $y = \frac{2(1-\alpha)}{(2-\alpha)}(x-\alpha)$.

(6) لتكن الدالة العددية h المعرفة على $]0, +\infty[$ كما يلي: $h(x) = |g(x)|$.

- بين أنَّ الدالة h غير قابلة للاشتقاق عند $x_0 = \alpha$.

الجزء الثاني:

f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{e^x - 1}; x \neq 0 \\ f(x) = 0 \end{cases}$.

(1) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$. ثم برّر أنها مستمرة على $\mathbb{R}$.

(2) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم بين أنَّ: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$.

(3) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^*$ ، $f'(x) = \frac{xg(x)}{(e^x - 1)^2}$.

(4) أدرس إتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

(5) بين أنَّ: $f(\alpha) = \alpha(2-\alpha)$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

(6) أنشئ C_f منحنى الدالة f في معلم متعامد و متجانس.

(7) ناقش بيانيا و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $f(x) = e^{-m}$.

الأستاذ: زبدرة يتمنى النجاح للجميع