ثانوية:هواري بومدين ثنية الحد ولاية تيسمسيلت السنة الدراسية: 2018/ 2019

المستوى : الثالثة	الشعبة : ع تجريبية +تقني ر	المدة :03ساعات

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

التمرين الأول: (04ن)

لكل سؤال من بين الأسئلة التالية إجابة واحدة صحيحة يطلب تعيينها معللا اختيارك .

1) الحلول على R للمعادلة التفاضلية : $y'=(\ln 1962)y+3\ln(654\sqrt[7]{2187})$ هي الدوال f حيث:

أ) $f(x)=c1962^x+3$ ب) $f(x)=c1962^x-3$ ج) $f(x)=c1962^x-\ln 3$

2) $\lim\limits_{x\to 6}\dfrac{\sqrt{x+2019}-45}{x^2-36}$ هي: أ) $\dfrac{1}{36}$. ب) $\dfrac{1}{12}$. ج) $\dfrac{1}{1080}$

3) مجموعة حلول المعادلة : $e^{2x}-1955e^x+1954=0$ في R هي :

أ) $\{0;\ln 1954\}$. ب) $\{1;1954\}$. ج) $\{1;\ln 1954\}$.

4) العدد $\ln\left[e^{3^0}\times e^{3^1}\times e^{3^2}\times \ldots\ldots\ldots\ldots\times e^{3^{1439}}\right]$ مساويا : أ) $\dfrac{3^{1439}-1}{2}$. ب) $\dfrac{3^{1440}-1}{2}$. ج) $3\ln 1439$.

التمرين الثاني(04ن) :

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كمايلي : $\begin{cases} u_0=1 \\ u_{n+1}=\dfrac{1}{3}u_n+\dfrac{2}{3^{n+1}} \end{cases}$

1) أحسب u_1 و u_2 .

2) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بمايلي : $v_n=3^n u_n$

أ- بين أن المتتالية (v_n) حسابية .

ب- أكتب v_n ثم u_n بدلالة n وتحقق أن حدود المتتالية (u_n) موجبة .

3) أ- بين بالتراجع أن من أجل عدد طبيعي n حيث $n\geq 3$ أن $2^n\geq 1+2n$

ب-استنتج أن من أجل كل $n\geq 3$: $0<u_n\leq\left(\dfrac{2}{3}\right)^n$

ج- حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

التمرين الثالث (06ن)

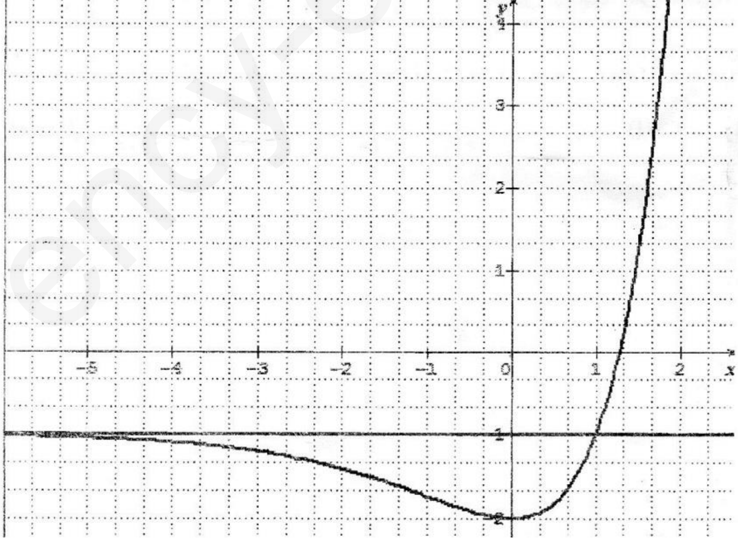
I) في الشكل المقابل (C) هو التمثيل البياني للدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=(ax+b)e^x+c$

1 - بقراءة بيانية :

أ) عين $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$ ثم استنتج قيمة c

ب) عين $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$

ج) عين كلا من $g(0)$ و $g'(0)$ ثم استنتج قيمة كل من a و b



2 – نفرض في ما يلي : $g(x)=(x-1)e^{x}-1$

أ– شكل جدول تغيرات الدالة g

ب– بين المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α على $\mathbb{R}$

ثم تحقق أن : $1,2<\alpha<1,3$.

ج– استنتج إشارة $g(x)$.

II) f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بـــــ: $f(x)=\frac{x}{e^{x}+1}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1– أحسب $\lim_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ثم حدد معادلة للمستقيم المقارب بجوار $+\infty$.

2– بين أن المستقيم (Δ) ذا المعادلة $y=x$ مقارب لـ (C_f) بجوار $-\infty$ ، ثم أدرس وضعية (C_f)بالنسبة لـ (Δ) .

3– أدرس اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4– بين أن $f(\alpha)=\alpha-1$ ثم استنتج حصرا لـ $f(\alpha)$.

5– أرسم المنحنى (C_f).

6– ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m وجود و عدد حلول المعادلة ذات المجهول x : $f(x)=f(m)$.

التمرين الرابع (06ن)

f الدالة المعرفة على : $]-\infty;-2[\cup]-1;+\infty[$ بـــــ : $f(x)=x+1+2\ln(\frac{x+2}{x+1})$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o,\vec{i},\vec{j})$.

1/ احسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها ثم فسر النتائج هندسيا .

2/ بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة: $y=x+1$ مقارب لـ (C_f) بجوار ∞ ، ثم أدرس وضعية (C_f)بالنسبة لـ (Δ).

3/ بين أنه لأجل كل $x\in(c_f)$ و $(-3-x)\in(c_f)$فان : $f(-3-x)+f(x)=-1$ ثم قدم تفسيرا هندسيا لهذه النتيجة.

4/ أدرس اتجاه تغير الدالة fثم شكل جدول تغيراتها.

5/ برهن على وجود مماسين لـــ (C_f) معامل توجيه كل منهما مساويا $\frac{2}{3}$.

أرسم المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

6/ ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m حيث $m\succ0$ وجود وعدد حلول المعادلة ذات المجهول x:

$$2\ln\left(\frac{mx+m}{x+2}\right)=x+1$$

بالتوفيق في بكالوريا 2019/2018

ثانوية هواري بومدين ثنية الحد — 3 ع ت — السنة الدراسية : 2018/2019

تصحيح إختبار الفصل الأول

التمرين الأول: (04ن)

اختيار الإجابة الصحيحة مع التبرير:

① $\sqrt[7]{2187}=3$ / $y'=(\ln 1962)y+3\ln(654\sqrt[7]{2187})$

① نحقق $y'=(\ln 1962)y+3\ln(1962)$ الحل العام هو الدالة

$f(x)=ce^{\ln 1962\, x}-\frac{3\ln 1962}{\ln 1962}$ / $f(x)=c\,1962^{x}-3$

② $\lim_{x\to 6}\frac{\sqrt{x+2019}-45}{x^2-36}=\frac{1}{1080}$

$\lim_{x\to 6}\frac{1}{x+6}\times\frac{\sqrt{x+2019}-45}{x-6}$

$=\frac{1}{12}\left(\frac{1}{2\sqrt{x+2019}}\right)_{x=6}=\frac{1}{12}\times\frac{1}{2\times 45}$

③ حلول في $\mathbb{R}$ للمعادلة:

$e^{2x}-1955e^{x}+1954=0$ معناه

$(e^{x}-1)(e^{x}-1954)=0$ $\quad (S=\{0,\ln 1954\})$

④ $\ln(e^{3^0}\times e^{3^1}\times\cdots\times e^{3^{1439}})=3^0+3^1+\cdots+3^{1439}$

$=1\times\frac{3^{1440}-1}{3-1}$; $S=\frac{3^{1440}-1}{2}$

التمرين الثاني: (04ن)

$$\begin{cases}u_0=1\\ u_{n+1}=\frac{1}{3}u_n+\frac{2}{3^{n+1}}\end{cases}$$

①

u_0	u_1	u_2
1	1	$\frac{5}{9}$

② $V_n=3^n\times u_n$; إثبات أن (V_n) م.ح حسابية

(V_n) م.ح معناه لأجل كل عدد طبيعي n يوجد عدد حقيقي r: $V_{n+1}=V_n+r$

$V_{n+1}=3^{n+1}\times u_{n+1}$ ، $V_{n+1}=3^{n+1}\times\left(\frac{1}{3}u_n+\frac{2}{3^{n+1}}\right)$

$V_{n+1}=3^n\times u_n+2 \rightarrow r=2$ م.ح (V_n) وحدها الأول $V_0=u_0$ ، $V_0=1$

ⓑ كتابة V_n ثم u_n بدلالة n

$\boxed{V_n=1+2n}$; $V_n=3^n\times u_n$ ومنه

$\boxed{u_n=\frac{1+2n}{3^n}}$

لأجل كل $n\in\mathbb{N}$: $1+2n>0$ و $3^n>0$ ومنه $u_n>0$

③ البرهان بالتراجع أنه لأجل كل $n\in\mathbb{N}$ و $n\geq 3$ فإن $2^n\geq 1+2n$

* لما $n=3$ فإن $2^3=8\geq 7$ محققة $P(3)$

* نفرض صحة $P(n)$ مع $n\geq 3$

$2^n\geq 1+2n$ (صحيحة فرضا).

نبرهن صحة $P(n+1)$ أي: $2^{n+1}\geq 1+2(n+1)$

$(2^n>1)(2^{n+1}>2+4n)$

فإن $2^n\geq 1+2n$

$\frac{2^n}{3^n}\geq\frac{1+2n}{3^n}$

$\left(\frac{2}{3}\right)^n\geq u_n \longrightarrow 0<u_n\leq\left(\frac{2}{3}\right)^n$

$0<\lim_{n\to+\infty}u_n\leq\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{2}{3}\right)^n$

ومنه $\lim_{n\to+\infty}u_n=0$

التمرين الثالث: (06ن)

$g(x)=(ax+b)e^{x}+c$; $D_g=]-\infty,+\infty[$

① بقراءة بيانية: $\lim_{x\to-\infty}g(x)=-1$ ومنه $c=-1$

ⓑ $\lim_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$

ⓓ $g(0)=-2$ فإن $b-1=-2$ $\quad(b=-1)$

$g(x)=(ax-1)e^{x}-1$

$g'(x)=ae^{x}+(ax-1)e^{x}$ ومنه $g'(x)=(ax+a-1)e^{x}$

$g'(0)=0$ فإن $a-1=0$ ومنه $\boxed{a=1}$

$g(x)=(x-1)e^{x}-1$

② نعوض $g(x)=(x-1)e^{x}-1$

$g'(x)=xe^{x}$

x	$-\infty$		0		α	$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$		
$g(x)$	-1	↘	-2	↗	0	$+\infty$

$g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $\mathbb{R}$ ؛

g مستمرة ومتزايدة تماما في المجال $[0,+\infty[$

$g(0)=-2$ و $\lim_{x\to+\infty}g(x)=+\infty$ ومنه $0\in[-2,+\infty[$

التحقق أن $1{,}2<\alpha<1{,}3$ ؛ $(g(1{,}2)\times g(1{,}3)<0)$

إشارة $g(x)$

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$g(x)$		$-$	0	$+$	

التمرين الثالث (06 ن):

$f(x)=x+1+2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$; $D_f=]-\infty,-2[\cup]-1,+\infty[$

① $\lim_{x\to-\infty} f=-\infty$ ، $\lim_{x\to-2^-} f=-\infty$ ، $\lim_{x\to-1^+} f=+\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f=+\infty$

هندسيا: $x=-2$ و $x=-1$ مستقيمان مقاربان موازيان لحامل محور التراتيب

②

$\lim_{|x|\to+\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]=\lim_{|x|\to+\infty} 2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)=0$

ومنه (Δ) ذو المعادلة: $y=x+1$ م.م مائل لـ (φ) بجوار $\pm\infty$.

دراسة الوضع النسبي لـ (φ) و (Δ)

ندرس إشارة الفرق

$f(x)-(x+1)=2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$ ومنه $\frac{x+2}{x+1}=1+\frac{1}{x+1}$

$\frac{x+2}{x+1}-1=\frac{1}{x+1}$

x	$-\infty$	-2		-1	$+\infty$
$f(x)-(x+1)$	$-$	||		||	$+$

(φ) أسفل (Δ) ، (φ) أعلى (Δ)

③ $f(-3-x)+f(x)=-1$

ومنه النقطة $H\left(-\frac{3}{2};-\frac{1}{2}\right)$ مركز تناظر لـ (φ)

④ دراسة اتجاه تغير الدالة f ؛ لأجل كل $x\in D_f$

$f'(x)=\frac{x(x+3)}{(x+1)(x+2)}$

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0 $-$	||	|| $-$	0	$+$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$-2-4\ln 2$ ↘	$-\infty$ ||	|| $+\infty$ ↘	$1+2\ln 2$ ↗	$+\infty$

$f(-3)=-2-4\ln 2$ ، $f(0)=1+2\ln 2$

⑤ (φ) يقبل مماسين معامل توجيههما $\frac{2}{3}$ معناه $f'(x)=\frac{2}{3}$

$\frac{x^2+3x}{x^2+3x+2}=\frac{2}{3}$

$3x^2+9x=2x^2+6x+4$

$x^2+3x-4=0$ $(\Delta=25)$

$x_1=-4$ أو $x_2=1$

II ① $f(x)=\frac{x}{e^x+1}$; $D_f=]-\infty;+\infty[$

$\lim_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ $\left(\lim_{x\to+\infty}\frac{e^x}{x}=+\infty\right)$

ومنه $y=0$ معادلة م.م مقارب لـ (φ) بجوار $+\infty$

② $\lim_{x\to-\infty}\left[f(x)-x\right]=\lim_{x\to-\infty}\left[\frac{x}{e^x+1}-x\right]=\lim_{x\to-\infty}\frac{-xe^x}{e^x+1}=0$

ومنه $(\Delta): y=x$ معادلة م.م.م لـ (φ) بجوار $-\infty$

دراسة وضعية (φ) بالنسبة لـ (Δ):

$f(x)-x=\frac{-xe^x}{e^x+1}$

x	$-\infty$	0	$+\infty$
$f(x)-x$	$+$	0	$-$

(φ) أعلى (Δ) ، $(\varphi)\cap(\Delta)=\{(0,0)\}$ ، (φ) أسفل (Δ)

③ دراسة اتجاه تغير الدالة f وتشكيل جدول تغيراتها

$f'(x)=\frac{g(x)}{\left[e^x+1\right]^2}$

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	0	$-$
$f(x)$	$-\infty$ ↗	$f(\alpha)$	↘ 0

$f(\alpha)=\frac{\alpha}{e^\alpha+1}$

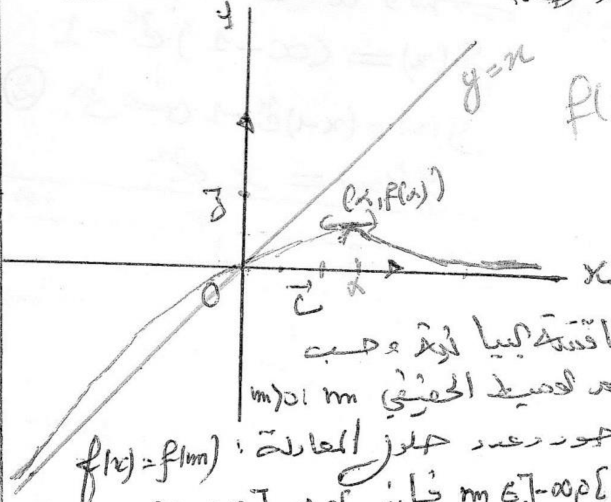
وبما أن $g(\alpha)=0$ فإن $(\alpha-1)e^\alpha-1=0$ ومنه $e^\alpha=\frac{1}{\alpha-1}$ ، $f(\alpha)=\frac{\alpha}{\frac{1}{\alpha-1}+1}$

$\boxed{f(\alpha)=\alpha-1}$

حصر $f(\alpha)$: $1,2<\alpha<1,3$ ومنه

$\boxed{0,2<f(\alpha)<0,3}$

رسم (φ):



المناقشة بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m لوجود وعدد حلول المعادلة: $f(x)=f(m)$

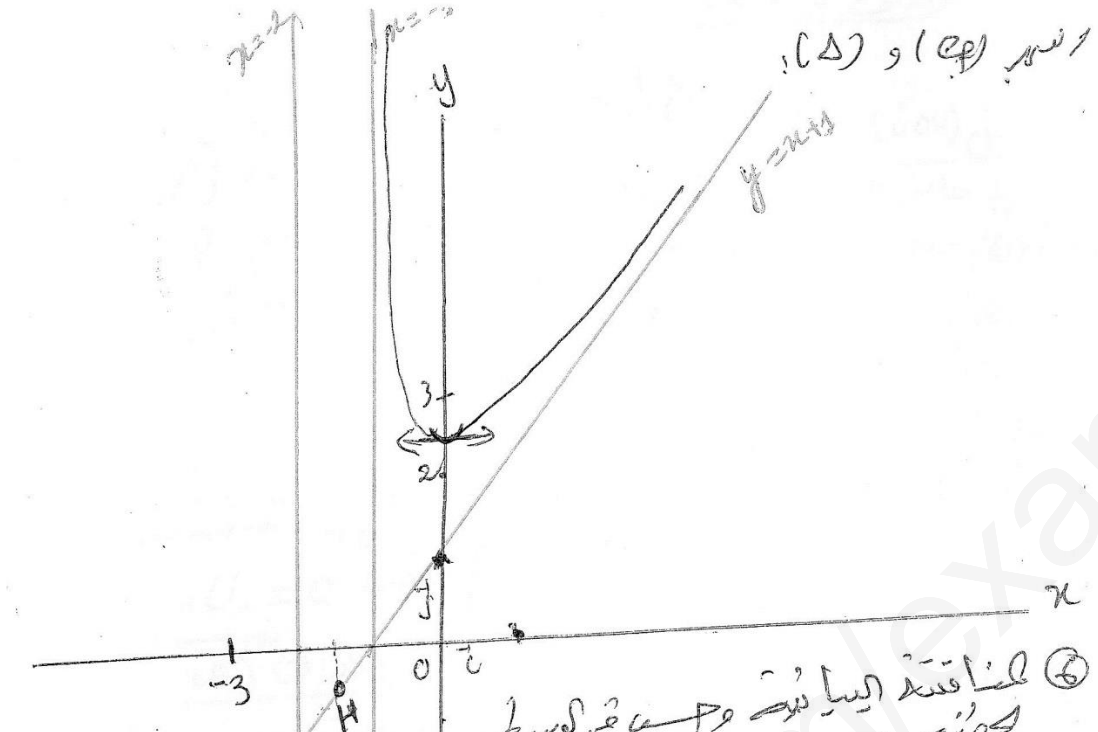
i) $m\in]-\infty,0[$ فإن $f(m)\in]-\infty,0[$ ومنه للمعادلة حل واحد.

ii) $m=0$ فإن $f(m)=0$ للمعادلة حل وحيد

iii) $m\in]0;+\infty[$ فإن $f(m)\in]0,f(\alpha)[$ للمعادلة حلان.

iv) $m=\alpha$ فإن $f(m)=f(\alpha)$ للمعادلة حل واحد مساويا α.

رسم (C_f) و (Δ):



⑥ المناقشة البيانية وحسب قيم الوسيط الحقيقي m ; $m>0$ لوجود وعدد حلول المعادلة ذات المجهول x:

$2\ln\left(\frac{mx+m}{x+2}\right)=x+1$ معناه $2\ln\left(m\left(\frac{x+1}{x+2}\right)\right)=x+1$

$2\ln m+2\ln\left(\frac{x+1}{x+2}\right)=x+1$

$2\ln m-2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)=x+1$

$2\ln m=x+1+2\ln\left(\frac{x+2}{x+1}\right)$

$f(x)=2\ln m$ حلول هذه المعادلة هي فواصل النقط المشتركة بين (C_f) والمستقيم $(d): y=2\ln m$

i) $2\ln m<-2-4\ln 2$ معناه $m<e^{-1-2\ln 2}$ فإن المعادلة تقبل حلين

ii) $m=e^{-1-2\ln 2}$ فإن المعادلة تقبل حلا واحدا $x=-3$

iii) $-2-4\ln 2<2\ln m<1+2\ln 2$ معناه $e^{-1-2\ln 2}<m<e^{\frac{1+2\ln 2}{2}}$ فإن المعادلة لا تقبل حلولا

IV) $m=e^{\frac{1+2\ln 2}{2}}$ فإن المعادلة تقبل حلا واحدا $x=0$

V) $2\ln m>1+2\ln 2$ معناه $m>e^{\frac{1+2\ln 2}{2}}$ فإن المعادلة تقبل حلين

انتهى