

**التمرين الأول: (6 نقاط)**

$f$  دالة معرفة على  $[0; +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{2x+3}{x+4}$  و  $(C_f)$  تمثيلها البياني كما هو في الوثيقة المرفقة.

(1) أ - بين أن الدالة  $f$  متزايدة تماما على  $[0; +\infty[$ .

ب - بين أنه إذا كان  $0 \leq x < 1$  فإن  $0 \leq f(x) < 1$ .

(2) نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة على  $\square$  ب  $u_0 = 0$  و من أجل كل  $n$  من  $\square$ :  $u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}$

أ - على الوثيقة المرفقة مثل على محور الفواصل الحدود  $u_0, u_1, u_2, u_3$  و حساب مبينا خطوط التمثيل.

ب - ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية و تقاربها.

(3) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل  $n$  من  $\square$ :  $0 \leq u_n < 1$ .

ب - بين أن المتتالية متزايدة تماما ثم بين أنها متقاربة.

ج - احسب في هذه الحالة  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

(4)  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $\square$  ب:  $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}$

أ - اثبت أن  $(v_n)$  هندسية أساسها  $q = \frac{1}{5}$  و يطلب حساب حدها الأول  $v_0$ .

ب - اكتب بدلالة  $n$  عبارة الحد العام  $v_n$  ثم عبارة الحد العام  $u_n$ .

ج - احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$  بطريقة ثانية.

**التمرين الثاني: (6.5 نقاط)**

(I)  $f$  دالة معرفة على  $]0; +\infty[$  ب:  $f(x) = 2x \left[ 2(\ln x)^2 - 3\ln(x) + 2 \right]$

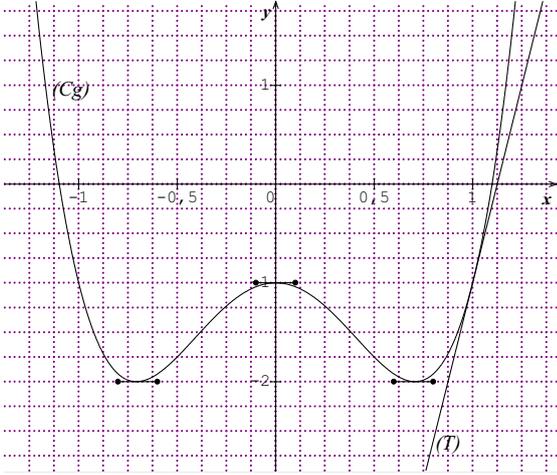
(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  (يمكن وضع  $\ln x = X$ )

(2) بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$ :  $f'(x) = 2 \left[ \ln(x) + 1 \right] \left[ 2\ln(x) - 1 \right]$

(3) ادرس إشارة  $f'(x)$  ثم شكل جدول تغيرات الدالة  $f$

(4) بين أن  $f''(x) = \frac{2}{x} \left[ 4\ln(x) + 1 \right]$  ثم استنتج أن  $(C_f)$  يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها.

- (5) بين أن المنحنى  $(C_f)$  يقبل مماسين معامل توجيههما يساوي 4  
 (6) أنشئ المماس  $(T)$  والمنحنى  $(C_f)$ . ( نأخذ:  $\|\vec{i}\| = 2cm$  و  $\|\vec{j}\| = 1cm$  )  
 (7) عين قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة:  $f(x) - m = 0$  ثلاث حلول موجبة.



**التمرين الثالث: ( 7.5 نقاط )**

(I)  $g$  دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = ax^4 + bx^2 + c$

حيث  $a, b, c$  أعداد حقيقية ثابتة.  $(C_g)$  تمثيلها البياني

كما هو مبين في الشكل المقابل.  $(T)$  المماس للمنحنى

$(C_g)$  عند النقطة ذات الفاصلة 1 معادلته:  $y = 8x - 9$

(1) اوجد بدلالة  $a$  و  $b$  عبارة  $g'(x)$

(2) اعتمادا على  $(C_g)$  عين الأعداد الحقيقية  $a, b, c$  و

(1) نضع:  $g(x) = 4x^4 - 4x^2 - 1$

أ - حدد بيانيا عدد حلول المعادلة ثم اعط لكل حل منها حصرا سعته  $0,1$

ب - استنتج بيانيا حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$ .

(II) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}^*$  بـ:  $f(x) = \frac{2x^2 - 1}{xe^{(x^2)}}$

(1) بين أن الدالة  $f$  فردية ثم فسر النتيجة بيانيا.

(2) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم استنتج  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$

(3) أ - بين أنه من أجل كل  $x$  من  $\mathbb{R}^*$ :  $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2 e^{(x^2)}}$

ب - استنتج اتجاه تغير  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها. (نرمز بـ  $\alpha$  و  $\beta$  إلى فاصلتا نقطتي تقاطع  $(C_f)$  مع  $(ox)$ )

(4) أ - اكتب معادلة المماس  $(T_\lambda)$  للمنحنى  $(C_f)$  عند النقطة ذات الفاصلة  $\lambda$  حيث  $\lambda$  عدد حقيقي غير معدوم.

ب - عين قيم العدد الحقيقي  $\lambda$  حتى يشمل المماس  $(T_\lambda)$  المبدأ  $O$ .

ج - اكتب معادلة  $(T_\lambda)$  في هذه الحالة.

بالتوفيق