مـــديرية التربية لولاية بسكرة — ثانوية الشهيد محمد بوجمعة لوطاية

المستوى:الثالثة ثانوي — المـوسم الدراسي : 2019/2018

الشعبـة : العلوم التجريبية — المـــــــــدة : 3 ساعات

اختبار الفصل الأول في مادة الرياضيات

الموضوع الأول

التمرين الأول: 5 نقاط :

توجد إجابة واحدة صحيحة لكل حالة حددها مع التبرير:

	أ	ب	ج
1. إذا كانت $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ فان $\lim_{x\to-\infty} f\left(\frac{1}{e^x}\right)$ تساوي	$+\infty$	$-\infty$	0
2. إذا كانت f دالة تحقق لكل عدد حقيقي x موجب تماما $x \le f(x) \le x^2$ و g دالة معرفة على $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=\frac{f(x)}{e^x}$ فان:	$\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$	$\lim_{x\to+\infty} g(x)=2$	$\lim_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$
3. إذا كانت الدالة f قابلة للاشتقاق عند 1 فان $\lim_{h\to0}\frac{f(1)-f(1+2h)}{2h}$ تساوي :	$f'(1)$	$-f'(1)$	$+\infty$
4. مجموعة حلول المتراجحة: $e^{-3x+2}\le 1$ هي	$\left]-\infty;\frac{2}{3}\right]$	$\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$	IR
5. حل المعادلة التفاضلية $y'=2y-2$ والذي يحقق $u(0)=0$ هو u	$u(x)=-e^{-2x}-1$	$u(x)=e^{2x}+1$	$u(x)=-e^{-2x}+1$

التمرين الثاني: 7 نقاط :

لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=(ax^2+bx+c)e^{-x}$.

حيث a ؛ b و c أعداد حقيقية و (C_f) تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس

-1 عين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c بحيث يقبل (C_f) عند النقطة $A(0;-3)$ مماسا معامل توجيهه 3 و العدد $\sqrt{3}$ حل للمعادلة $f(x)=0$.

-2 نضع $a=1$, $b=0$, $c=-3$

أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم أدرس اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها.

-3 أكتب معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_f) عند النقطة التي فاصلتها $x=0$ ثم عين إحداثيات نقط تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل .

-4 أرسم (T) و (C_f) .

-5 m وسيط حقيقي ؛ ناقش بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2-3+me^x=0$.

التمرين الثالث: 8 نقاط :

المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O,\vec{i},\vec{j})$

I) لتكن الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ : $g(x)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln x$

-1 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$ ؛ $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة g .

-2 ادرس إشارة $g(x)$. (لاحظ أن g(1)=0)

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بـ: $f(x)=x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-2$. وليكن (C) منحناها البياني في المستوي السابق .

-1 بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

تحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$ ؛ $f(\dfrac{1}{x})=f(x)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to0^+} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا .

-2 بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

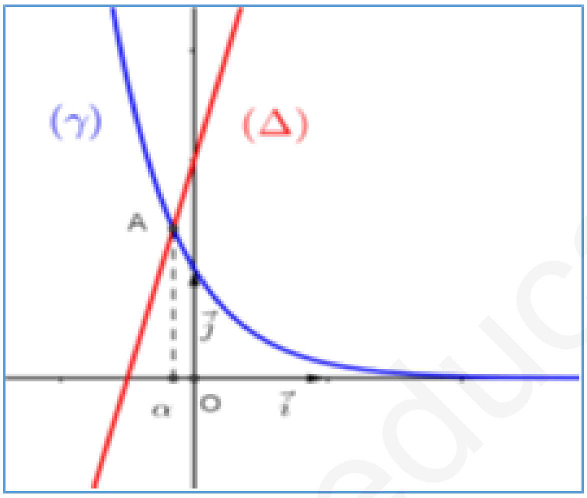
-3 أنشئ المنحنى (C).

الموضوع الثاني

التمرين الأول: 5 نقاط : في كل سؤال يوجد اقتراح واحد صحيح ، المطلوب تعيينه مع التبرير:

الرقم	السـؤال	أ	ب	ج
1	علما ان f تقبل الاشتقاق عند 3 اذن: $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{f(x)-f(3)}{-x+3}=$	$f'(3)$	$-f'(3)$	$f'(-3)$
2	f دالة معرفة على IR وتحقق $f(-1)=\dfrac{1}{2}$ فإن:	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(e^{-x}-1)=-\dfrac{1}{2}$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(e^{-x}-1)=e^{\frac{1}{2}}$	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(e^{-x}-1)=\dfrac{1}{2}$
3	حل المعادلة التفاضلية $y'+2y+3=0$ الذي يحقق $f(0)=1$	$f(x)=\dfrac{5}{2}e^{-x}-\dfrac{3}{2}$	$f(x)=\dfrac{5}{2}e^{-2x}-\dfrac{3}{2}$	$f(x)=\dfrac{5}{2}e^{-2x}+\dfrac{3}{2}$
4	مجموعة حلول المتراجحة: $\ln x^2>\ln(2x-1)$	$\left]\dfrac{1}{2};+\infty\right[$	$\left]\dfrac{1}{2};1\right[\cup\left]1;+\infty\right[$	$\left]-\infty;+\infty\right[$
5	عدد حلول المعادلة $e^{2x}-3e^{x}-4=0$ في IR	2	1	0

التمرين الثاني: 7 نقاط :



1) (γ) التمثيل البياني للدالة $x\mapsto e^{-2x}$ و (Δ) المستقيم ذو المعادلة $y=4x+2$ ؛ α هي فاصلة نقطة تقاطع (γ) و (Δ) .

g الدالة المعرفة على المجال $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{-2x}-4x-2$.

أ) بقراءة بيانية حدد وضعية (γ) بالنسبة إلى (Δ) على $\mathbb{R}$ ،

ثم استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

ب) تحقق أن: $-0.16<\alpha<-0.15$.

2) لتكن الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي :

$f(x)=x+3-2xe^{2x}$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.الوحدة **2cm**.

أ) أحسب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا : $f'(x)=e^{2x}g(x)$ شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بيّن أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D) يُطلب تعيين معادلة له ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D).

4) بين أن : $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha^2+6\alpha+3}{2\alpha+1}$.

5) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (D) يطلب تعيين معادلة له .

6) أرسم المستقيم (D) والمنحنى (C_f) (نأخذ $f(\alpha)\simeq 3.07$) .

التمرين الثالث: 8 نقاط :

I. لتكن الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x)=\frac{1}{2}x^2-\ln x$

1. ادرس تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيراتها

2. استنتج انه من اجل كل x من $]0;+\infty[$ فان : $g(x)\geq\frac{1}{2}$

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x)=\frac{x^2+2\ln x}{2x}$

$\left(C_f\right)$:التمثيل البياني للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ (الوحدة $2cm$)

1. احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

2. أ) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\frac{1}{2}x$ مقارب مائل للمنحنى $\left(C_f\right)$ عند $+\infty$

ب)ادرس الوضع النسبي بين $\left(C_f\right)$ و (Δ).

3. أ) احسب $f'(x)$ ، ثم بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)+1$.

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ ، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4. بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\frac{1}{2}<\alpha<1$

5. أنشئ $\left(C_f\right)$ ، (Δ) في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$

بالتوفيق للجميع

الإجابة النموذجية وسلم التنقيط

إختبار مادة : الرياضيات المستوى: الثالثة ثانوي شعبة العلوم التجريبية

<table>
<tr><th rowspan="2">محاور الموضوع</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>المجموع</th></tr>
<tr><td rowspan="7">الدوال العددية</td><td><u>التمرين الأول:</u>
1: 0(نهاية مركب دالتين) لأن: $\lim_{x\to-\infty}\frac{1}{e^{x}}=+\infty$ و $\lim_{x\to+\infty} f(x)=0$ ....</td><td>1</td><td rowspan="5">05</td></tr>
<tr><td>2: 0 (النهاية بالحصر) لأن: $x\le f(x)\le x^{2}$ و منه $\frac{x}{e^{x}}\le\frac{f(x)}{e^{x}}\le\frac{x^{2}}{e^{x}}$ و $\lim_{x\to+\infty}\frac{x}{e^{x}}\le\lim_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{e^{x}}\le\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{2}}{e^{x}}$ أي $0\le\lim_{x\to+\infty} g(x)\le 0$ ومنه $\lim_{x\to+\infty} g(x)=0$ ....</td><td>1</td></tr>
<tr><td>3: $-f'(1)$ لأن: $\lim_{h\to0}\frac{f(1)-f(1+2h)}{2h}=-\lim_{k\to0}\frac{f(1+k)-f(1)}{k}=-f'(1)$ ....</td><td>1</td></tr>
<tr><td>4: $\left[\frac{2}{3};+\infty\right[$ لأن: $e^{-3x+2}\le1$ تكافئ $e^{-3x+2}\le e^{0}$ ومنه $-3x+2\le0$ ومنه $-3x\le-2$ ومنه $x\ge\frac{2}{3}$ ....</td><td>1</td></tr>
<tr><td>5: $f_{-1}(x)=-e^{2x}+1$ لأن: حلول المعادلة التفاضلية $y'=2y-2$ هي الدوال $f_{c}(x)=ce^{2x}+1$ و $f(0)=0$ معناه $c=-1$ ....</td><td>1</td></tr>
<tr><td>...</td><td>.........</td><td>.........</td></tr>
<tr><td><u>التمرين الثاني:</u>
1) تعيين الأعداد الحقيقية a ؛ b و c:
* $f(0)=-3$ و هذا يعني $c=-3$.
* $f'(x)=\left[-ax^{2}+(2a-b)x+b-c\right]e^{-x}$ ومنه $f'(0)=3$ يعني $b-c=3$ اي $b=0$.
* $f(\sqrt{3})=0$ يعني ان $f(\sqrt{3})=(3a-3)e^{-\sqrt{3}}=0$ و منه $a=1$ ....
(2 $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}(x^{2}-3)e^{-x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^{2}}{e^{x}}=0$ ، $\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}(x^{2})e^{-x}=+\infty$ ....
دراسة اتجاه تغير الدالة f : المشتقة : $f'(x)=(-x^{2}+2x+3)e^{-x}$ إشارتها من إشارة $(-x^{2}+2x+3)$ تنعدم عند العددين 3 و -1 و منه f متناقصة على المجالين $]-\infty;-1]$ و $[3;+\infty[$ متزايدة على المجال $[-1;3]$ و شكل جدول تغيراتها:
<table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$+\infty$ ↘</td><td>$-2e$ ↗</td><td>$\frac{6}{e^{3}}$ ↘</td><td>0</td></tr></table>3) كتابة معادلة لـ (T) مماس المنحنى (C_{f}): معادلة المماس هي $y=3x-3$.</td><td>0.75

0.5+0.5

0.5+0.5

0,5

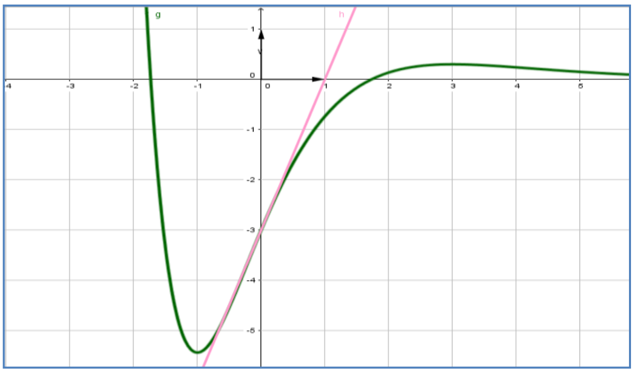
0.5</td><td>07</td></tr>
</table>

0,5

تعيين إحداثيات نقط تقاطع $\left(C_f\right)$ مع حامل محور الفواصل : $f(x)=0$ يكافئ
$x^3-3=0$ اي ان $x=\sqrt{3}$ او $x=-\sqrt{3}$ أي نقطتي التقاطع هما $A\left(\sqrt{3};0\right)$ و $B\left(-\sqrt{3};0\right)$.

4) رسم (T) و $\left(C_f\right)$:

1



5) المناقشة بيانيا وحسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة $x^2-3+me^x=0$:

0.5

المعادلة تكافئ $me^x=-\left(x^2-3\right)$ أي ان $-m=\left(x^2-3\right)e^{-x}$ يكافئ $-m=f(x)$.
حلها هو إيجاد فواصل نقاط تقاطع المنحنى $\left(C_f\right)$ و المستقيم $\left(\Delta_m\right)$ ذو المعادلة $y=-m$.

المناقشة :

- لما $-m<-2e$ أي ان $m>2e$ نلاحظ ان $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ لا يتقاطعان و منه ليس للمعادلة حلول .
- لما $-m=-2e$ أي ان $m=2e$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطة وحيدة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب.
- لما $-3>-m>-2e$ أي ان $3<m<2e$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما سالبان ومنه للمعادلة حلين سالبين.
- لما $-m=-3$ أي ان $m=3$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطتين إحداهما فاصلتها معدومة و الأخرى فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين إحداهما معدوم و الأخر سالب .
- لما $0\geq -m>-3$ أي ان $0\leq m<3$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطتين فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الاشارة .
- لما $\frac{6}{e^3}>-m>0$ أي ان $-\frac{6}{e^3}<m<0$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في ثلاثة نقاط نقطتان فاصلاتهما موجبتان و نقطة فاصلتها سالبة ومنه للمعادلة حلين موجبان و حل سالب .

1

- لما $-m=\frac{6}{e^3}$ أي أن $m=-\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطتhن فاصلاتهما مختلفان في الاشارة ومنه للمعادلة حلين مختلفان في الإشارة
- لما $-m>\frac{6}{e^3}$ أي ان $m<-\frac{6}{e^3}$ نلاحظ أن $\left(\Delta_m\right)$ و $\left(C_f\right)$ يتقاطعان في نقطة فاصلتهما سالبة ومنه للمعادلة حل وحيد سالب .

الدوال العددية

تصحيح التمرين الثالث:

(I

1: تبيين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x>0$: $g'(x)=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$:

لنا $g(x)=x-\dfrac{1}{x}-2\ln(x)$ و منه $g'(x)=1+\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{2}{x}=\dfrac{x^2+1-2x}{x^2}=\dfrac{(x-1)^2}{x^2}$. 1

استنتاج اتجاه تغير الدالة g : مما سبق نجد أن $g'(x)\geq 0$ و منه الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$. 0.5

2: دراسة إشارة $g(x)$ بما أن $g(1)=0$ و الدالة g متزايدة على $]0,+\infty[$ تتلخص الاشارة في الجدول الموالي : 0.5

x	0	1	$+\infty$
إشارة $g(x)$	-	0	+

0.5

(II

1 : تبيان ان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{[\ln(x)]^2}{x}=0$:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{[\ln(x)]^2}{x}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left[\ln\left(\left(\sqrt{x}\right)^2\right)\right]^2}{\left(\sqrt{x}\right)^2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{\left[2\ln\left(\sqrt{x}\right)\right]^2}{\left(\sqrt{x}\right)^2}=\lim_{x\to+\infty}4\left[\frac{\ln\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}\right]^2=0$$

0.5

لان $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln\left(\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x}}=\lim\limits_{t\to\infty}\dfrac{\ln t}{t}=0$ (التزايد المقارن).

حساب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x\left[1+\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{(\ln x)^2}{x}-\dfrac{2}{x}\right]=+\infty$ لان

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{1}{x^2}-\dfrac{(\ln x)^2}{x}-\dfrac{2}{x}\right]=0$. 0.5

التحقق أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0,+\infty[$: $f\left(\dfrac{1}{x}\right)=f(x)$: لدينا

$$f\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{1}{x}+x-\left(\ln\left(\frac{1}{x}\right)\right)^2-2=x+\frac{1}{x}-(-\ln x)^2-2=x+\frac{1}{x}-(\ln x)^2-2=f(x)$$

0.5

حساب $\lim\limits_{x\to0}f(x)$: $\lim\limits_{x\to0^+}f(x)=\lim\limits_{x\to0^+}f\left(\dfrac{1}{x}\right)=\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و منه المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقارب موازيا لمحور التراتيب معادلته $x=0$. 0.5+0.5

08

2: تبيان أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ بالحساب نجد

$f(x)=x+\dfrac{1}{x}-(\ln x)^2-2$ ومنه

$$f'(x)=1-\frac{1}{x^2}-2\frac{1}{x}(\ln x)=\frac{x^2-1-2x\ln x}{x^2}=\frac{x-\frac{1}{x}-2\ln x}{x}=\frac{g(x)}{x}$$

1

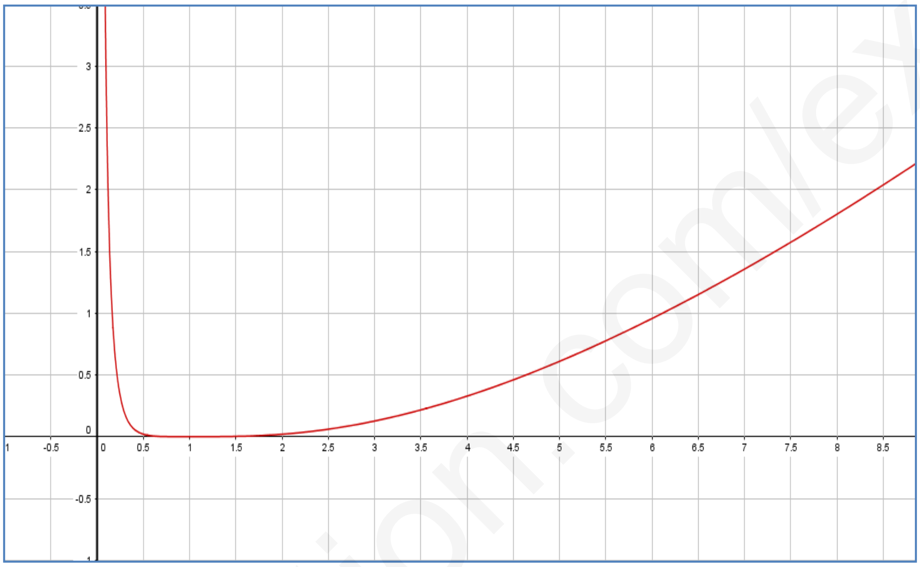
جدول تغيرات الدالة f :

1

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$	
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

3: رسم المنحني (C) :

1



تصحيح الموضوع الثاني:

تصحيح التمرين الأول:

1: $-f'(3)$ لأن: $-f'(3) = -\lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3} -\frac{f(x)-f(3)}{x-3} = \lim\limits_{x\to 3}\frac{f(x)-f(3)}{-x+3}$ (تعريف العدد المشتق). 1

2: $\frac{1}{2}$ (نهاية دالة مركبة) لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f\left(e^{-x}-1\right) = \lim\limits_{x\to -1} f(x) = f(-1) = \frac{1}{2}$. 1

3: $f(x) = \frac{5}{2}e^{-2x} - \frac{3}{2}$ لأن: المعادلة تكتب $y' = -2y-3$ وحلها هي الدوال المعرفة على IR بـ: 1
$f_c(x) = ce^{-2x} - \frac{3}{2}$. و $f(0)=1$ معناه $c - \frac{3}{2} = 1$ ومنه نجد $c = \frac{5}{2}$.

4: $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ لأن: أولا المتراجحة معرفة على $\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$ و $\ln x^2 > \ln(2x-1)$ معناه $x^2 > 2x-1$ 1
ومنه $(x-1)^2 > 0$ وهذه المتراجحة محققة من اجل كل $x \in \mathbb{R}-\{1\} =]-\infty;1[\cup]1;+\infty[$ ومنه نجد
مجموعة حلول المتراجحة المعطاة هي $S =]-\infty;1[\cup]1;+\infty[\cap\left]\frac{1}{2};+\infty\right[= \left]\frac{1}{2};+\infty\right[$.

5: حل واحد: لأن: بوضع $t = e^x$ نجد $t^2 - 3t - 4 = 0$ والتي لها حلان هما $t_1 = 4$ و $t_2 = -1$ وحيث 1
ان الحل السالب مرفوض لان $t = e^x > 0$.

05

....
....

تصحيح التمرين الثاني:

(1

أ) تحديد الوضعية: (γ) يقع فوق (Δ) على المجال $]-\infty;\alpha[$ و تحت (Δ) على $]\alpha;+\infty[$ و (γ) يقطع (Δ) في النقطة A ذات الفاصلة α.

* استنتاج حسب قيم x إشارة $g(x)$: 1

x	$-\infty$	α	$+\infty$
$g(x)$	$+$	0	$-$

ب) التحقق أن $-0.16 < \alpha < -0.15$: 0.5
لدينا: $g(-0.16)\cdot g(-0.15) = 0.017\times(-0.05) < 0$ ومنه ح ن ق م $-0.16 < \alpha < -0.15$ **.**

(2

أ) حساب نهايات الدالة f عند $-\infty$ و $+\infty$:
$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty}\left(x+3-2\,x\,e^{2x}\right) = -\infty$ $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} x\left(1+\frac{3}{x}-2\,e^{2x}\right) = -\infty$. 0.5

ب) إثبات أنه من أجل كل عدد حقيقي x لدينا $f'(x) = e^{2x}g(x)$: الدالة f قابلة للاشتقاق
على $\mathbb{R}$ ولدينا : $f'(x) = 1-2\;e^{2x} - 4\,x\,e^{2x} = e^{2x}\left(e^{-2x}-4x-2\right) = e^{2x}g(x)$
ومنه إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$ إذن : الدالة f متزايدة تماما على المجال $]-\infty;\alpha]$ 0.5+0.5
ومتناقصة تماما على المجال $[\alpha;+\infty[$.

جدول تغيرات الدالة f : 0.5

x	$-\infty$		α		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	$f(\alpha)$	$\searrow$	$-\infty$

07

3) تبيان أنّ المنحني (C_f) يقبل مستقيما مقاربا مائلا (D):

0.5 لدينا $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(-2\,x\,e^{2x}\right)=0$ و منه المستقيم (D) ذو المعادلة $y=x+3$ مستقيم مقارب للمنحني (C_f) عند $-\infty$.

* دراسة وضعية (C_f) بالنسبة لـ (D):

لدينا $\left[f(x)-(x+3)\right]=-2\,x\,e^{2x}$ و منه إشارة الفرق $\left[f(x)-(x+3)\right]$ هي عكس إشارة x إذن (C_f) يقع تحت (D) على المجال $]0;+\infty[$ و فوق (D) على المجال $]-\infty;0[$ و

0.5 (C_f) يقطع (D) في النقطة ذات الإحداثيات $(0;3)$.

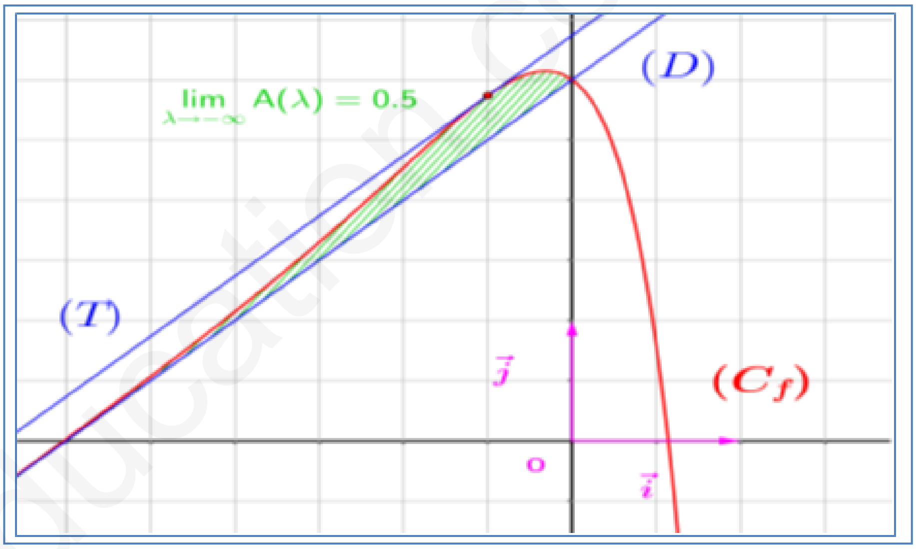
4) تبيان أنّ : $f(\alpha)=\dfrac{2\alpha^2+6\alpha+3}{2\alpha+1}$:

لدينا $g(\alpha)=0$ معناه: $e^{-2\alpha}-4\alpha-2=0$ أي: $e^{2\alpha}=\dfrac{1}{4\alpha+2}$ نعوض نجد:

0.5 $$f(\alpha)=\alpha+3-2\,\alpha\times\frac{1}{4\alpha+2}=\alpha+3-\alpha\times\frac{1}{2\alpha+1}=\frac{2\alpha^2+6\alpha+3}{2\alpha+1}$$

5) رسم المستقيم (D) والمنحنى (C_f) :

1



6) إثبات أن (C_f) يقبل مماسا موازيا للمستقيم (D) :

لدينا $f'(x)=1$ تكافئ $-2\ e^{2x}-4\,x\,e^{2x}=0$ أي أن $-2e^{2x}(2x+1)=0$ ومنه $2x+1=0$

1 إذن $x=\dfrac{-1}{2}$. ومنه (C_f) يقبل مماسا (T) موازيا للمستقيم (D) عند النقطة ذات الفاصلة $\dfrac{-1}{2}$ معادلته : $y=x+3+\dfrac{1}{e}$.

08

تصحيح التمرين الثالث:

.I

1) دراسة تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$ ، مع تشكيل جدول تغيراتها:

- النهايات : $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} g(x)=+\infty$ **0.5**
- دراسة اتجاه تغير الدالة g :

حساب $g'(x)$: $g'(x)=\dfrac{x^2-1}{x}$ **0.5**

دراسة إشارة $g'(x)$: من اجل كل x من $]0;+\infty[$ ، لدينا : $g'(x)>0$ **0.5**

- تشكيل جدول تغيرات الدالة g : **0.5**

x	0		1		$+\infty$
$g'(x)$		$-$	0	$+$	
$g(x)$	$+\infty$	$\searrow$	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

2) استنتاج انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان $g(x)\geq\dfrac{1}{2}$:................

لدينا من جدول التغيرات : الدالة المشتقة g' تنعدم من اجل $x=1$ وتغير من اشارتها عند تلك القيمة اذن فان $g(1)=\dfrac{1}{2}$ هي قيمة حدية صغرى للدالة g اي من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان $g(x)\geq\dfrac{1}{2}$. **1**

(II

1) حساب $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0 \\ >}} f(x)=-\infty$ **0.5**

2) أ) تبيان أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=\dfrac{1}{2}x$ مقارب مائل للمنحني (C_f) عند $+\infty$:

$\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\dfrac{1}{2}x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\ln x}{x}=0$. **0.5**

ب) دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (Δ) : $d(x)=f(x)-\dfrac{1}{2}x=\dfrac{\ln x}{x}$

x	0		1		$+\infty$
$d(x)$		$-$	0	$+$	

- لما x من المجال $]0;1[$: (C_f) يقع تحت (Δ) **0.5**
- لما $x=1$: (Δ) يقطع (C_f)
- لما x من المجال $]1;+\infty[$: (C_f) يقع فوق (Δ)

3) أ) حساب $f'(x)$ ، ثم بين انه من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)+1$:

$$f'(x)=\left(\frac{x^2+2\ln x}{2x}\right)'=\frac{\left(2x+\frac{2}{x}\right)2x-2\left(x^2+2\ln x\right)}{4x^2}=\frac{\frac{1}{2}x^2-2\ln x+1}{x^2}=\frac{g(x)+1}{x^2}$$

0.5

لدينا من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان $x^2 \succ 0$ اذن اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)+1$

ب) استنتاج اتجاه تغير الدالة f على المجال $]0;+\infty[$ مع تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

- دراسة إشارة $f'(x)$:

x من المجال $]0;+\infty[$ ، لدينا اشارة $f'(x)$ من اشارة $g(x)+1$

0.5

بما ان اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ لدينا $g(x)\geq\frac{1}{2}$ فان $g(x)+1\geq\frac{3}{2}\succ 0$ اذن

من اجل كل x من المجال $]0;+\infty[$ فان $f'(x)\succ 0$

تشكيل جدول تغيرات الدالة f :

0.5

x	0	$+\infty$
$f'(x)$	‖ $+$	
$f(x)$	‖ $-\infty$ ↗	$+\infty$

4) تبين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $\frac{1}{2}<\alpha<1$: الدالة f مستمرة

(مع البرهان) ورتيبة تماما على المجال $]0;+\infty[$ $f(\frac{1}{2})\times f(1)<0$ اذن حسب مبرهنة

1

القيم المتوسطة فان المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $\frac{1}{2}<\alpha<1$.

5) أنشاء $\left(C_f\right)$ و $\left(\Delta\right)$ في المعلم $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$:

1