

الاختبار الأول في مادة الرياضيات

المدة: 3 ساعات

المستوى: الثالثة علوم تجريبية.

النصين الأول: 2 ن

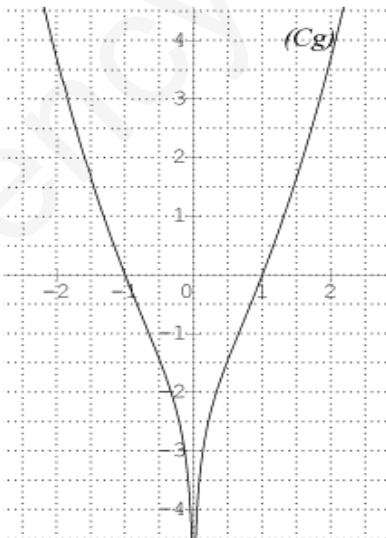
في كل حالة من الحالات التالية عين الإجابة الصحيحة من بين A و B و C، مع التعليل :

السؤال	A	B	C
العدد $e^{3\ln 2 - \ln \frac{1}{4}}$ يساوي	$\frac{2\ln 2}{-\ln 4}$	32	$e^{3\ln(2 - \frac{1}{4})}$
الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $2y' + 4y = 8$ و $f(1) = 3$ هو:	$f(x) = e^{2x} + 2$	$f(x) = e^{-2x+2} + 2$	$f(x) = e^{-2x+2}$
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x}(x^2 + 1 - \ln x)$ هي:	0	$+\infty$	$-\infty$

النصين الثاني: 7 ن

نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -\frac{1}{2}x + \ln(1 + e^{2x})$ (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.1- أ - احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$.ب - استنتج أن للمنحنى (C_f) مستقيم (Δ) مقارب مائل عند $-\infty$ يطلب تعيين معادلة له.ج - ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .2- أ - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، لدينا: $f(x) = \frac{3}{2}x + \ln(1 + e^{-2x})$ ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.ج - استنتج أن للمنحنى (C_f) مستقيم (Δ') مقارب مائل عند $+\infty$ يطلب تعيين معادلة له.د - ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (Δ') .3- ادرس اتجاه تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها.4- أ - بين أن للمنحنى (C_f) مستقيماً مماساً (T) معامل توجيهه $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين معادلة له.ب - بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، لدينا: $f(x) - f(-x) = x$.ج - M و N نقطتان من المنحنى (C_f) فاصلتهما على الترتيب x و $(-x)$ ،- بين أن المستقيمين (MN) و (T) متوازيان.5- أنشئ المستقيمات (Δ) ، (Δ') ، و (T) والمنحنى (C_f) .

النصين الثالث: 7 ن

1- نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $g(x) = x^2 + \ln|x| - 1$ (C_g) تمثيلها البياني كما هو مبين في الشكل المقابل.- بقراءة بيانية حدد جدول إشارة لـ $g(x)$.

II- نعتبر في $\mathbb{R}^*$ الدالة f المعرفة كما يلي: $f(x) = \frac{\ln|x|}{x} - x + 2$.

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1- احسب نهايات الدالة f عند أطراف مجالات مجموعة تعريفها.

2- أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم، لدينا: $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3- بين أن النقطة $A(0; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f) .

4- بين أن المنحنى (C_f) يقطع المستقيم حامل محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β

حيث: $0,4 < \alpha < 0,5$ و $2,3 < \beta < 2,4$.

5- بين أن المستقيم $(d): y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ،

ثم ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d) .

6- بين أن للمنحنى (C_f) مستقيمين مماسين (T') و (T) معامل توجيههما (-1) ، جد معادلة لكل منهما.

7- أ) أنشئ المستقيمتين (d) ، (T) ، (T') والمنحنى (C_f) .

ب) m عدد حقيقي، ناقش بيانها وحسب قيم الوسيط m عدد حلول المعادلة $f(x) = -x + m$.

8- نعتبر الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = |f(x)|$.

أنشئ (C_h) بالاعتماد على (C_f) في نفس المعلم السابق وبلون مختلف.

النص الرابع: 4 ن

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على N بـ $u_0 = 1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + \frac{4}{3}$

1- أنشئ في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على N حيث:

$$f(x) = \frac{2}{3}x + \frac{4}{3} \quad \text{والمستقيم } (\Delta) \text{ ذو المعادلة } y = x.$$

2- مثل على حامل محور الفواصل الحدود $u_0; u_1; u_2$ باستعمال الرسم السابق ودون حساب الحدود.

أ- ضع تخميناً حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

3- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على N بالعلاقة: $v_n = u_n + \alpha$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم.

أ- عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q وحدها الأول v_0 .

ب- نضع $\alpha = -4$

- أكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n .

- احسب نهاية u_n و v_n .

- احسب بدلالة n المجموع: $S_n = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_n$.

- احسب بدلالة n الجداء: $P_n = e^{-3} \times e^{\left(\frac{-6}{3}\right)} \times \dots \times e^{\left(-3 \times \frac{2^n}{3^n}\right)}$.

النص الأول:

$$e^{3\ln 2 - \ln \frac{1}{4}} = e^{\ln 2^3 + \ln 4} = e^{\ln 2^3} \times e^{\ln 4} = 8 \times 4 = 32 \quad 'B' (1)$$

$$2y' + 4y = 8 \quad 'B' (2)$$

$$y' = -2y + 4$$

المعادلة حل عام من الشكل $f(x) = Ce^{-2x} + 2$; $f(1) = 3$

ومنه $C = e^2$ ومنه $f(x) = e^2 \times e^{-2x} + 2$ ومنه $f(x) = e^{-2x+2} + 2$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} (x^2 + 1 - \ln x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x^2}{x} + \frac{1}{x} - \frac{\ln x}{x} \right) = +\infty \quad 'B' (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad \text{لأن}$$

النص الثاني:

الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x) = -\frac{1}{2}x + \ln(1 + e^{2x})$

$$-1 \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty \quad \text{لأن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1 + e^{2x}) = 0$$

$$\text{ب- بمأن} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(1 + e^{2x}) = 0 \quad \text{فإن} \quad y = -\frac{1}{2}x \quad \text{مستقيم} \quad (\Delta)$$

مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $-\infty$.

ج- دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ)

$$f(x) - \left(-\frac{1}{2}x\right) = \ln(1 + e^{2x}) \quad 1 + e^{2x} > 1$$

ومنه $e^{2x} > 0$ محققة ومنه (C_f) فوق (Δ) .

$$-2 \quad \text{أ- بيان أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \quad f(x) = \frac{3}{2}x + \ln(1 + e^{-2x})$$

$$\frac{3}{2}x + \ln(1 + e^{-2x}) = \frac{3}{2}x + \ln\left(1 + \frac{1}{e^{2x}}\right) = \frac{3}{2}x + \ln\left(\frac{e^{2x} + 1}{e^{2x}}\right)$$

$$= \frac{3}{2}x + \ln(e^{2x} + 1) - \ln(e^{2x}) = \frac{3}{2}x - 2x + \ln(e^{2x} + 1)$$

$$= -\frac{1}{2}x + \ln(e^{2x} + 1) = f(x)$$

$$\text{ب-} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + e^{-2x}) = 0 \quad \text{لأن} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\text{ج- بمأن} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(1 + e^{-2x}) = 0 \quad \text{فإن} \quad y = \frac{3}{2}x \quad \text{مستقيم} \quad (\Delta')$$

مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

د- دراسة الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و (Δ')

$$f(x) - \left(\frac{3}{2}x\right) = \ln(1 + e^{-2x}) \quad 1 + e^{-2x} > 1$$

ومنه $e^{-2x} > 0$ محققة ومنه (C_f) فوق (Δ') .

$$-3 \quad \text{دراسة اتجاه التغير:} \quad f'(x) = \frac{-1}{2} + \frac{2e^{2x}}{1 + e^{2x}} = \frac{3e^{2x} - 1}{2(e^{2x} + 1)}$$

لدينا $2(e^{2x} + 1) > 0$ ومنه الإشارة من إشارة $3e^{2x} - 1$ جدول الإشارة:

x	$-\infty$	$-\ln(3)/2$	$+\infty$
$f'(x)$		-	+

$$x = -\frac{\ln 3}{2}$$

الدالة f متزايدة تماما على $[-\ln(3)/2; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $] -\infty; -\ln(3)/2]$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	$-\frac{\ln 3}{2}$	$+\infty$
$f'(x)$		-	+
$f(x)$	$+\infty$	$\frac{\ln 3}{4} + \ln\left(\frac{4}{3}\right)$	$+\infty$

$$-4 \quad \text{أ- إيجاد مماسا } (T) \text{ معامل توجيهه } \frac{1}{2}. \text{ نحل المعادلة } f'(x) = \frac{1}{2}$$

$$\text{ومنه} \quad \frac{3e^{2x} - 1}{2(e^{2x} + 1)} = \frac{1}{2} \quad \text{ومنه} \quad 3e^{2x} - 1 = e^{2x} + 1 \quad \text{ومنه} \quad e^{2x} = 1$$

$$\text{ومنه} \quad x = 0. \text{ و معادلة المماس } (T) \text{ هي: } y = \frac{1}{2}x + \ln 2$$

$$\text{ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي } x, \quad f(x) - f(-x) = x$$

$$f(x) - f(-x) = -\frac{1}{2}x + \ln(e^{2x} + 1) - \left(-\frac{3}{2}(-x) + \ln(1 + e^{-2(-x)})\right)$$

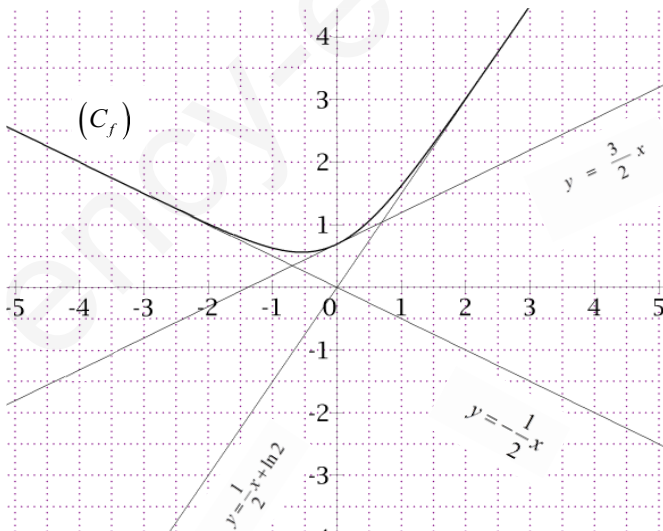
$$= -\frac{1}{2}x + \ln(e^{2x} + 1) + \frac{3}{2}x - \ln(1 + e^{2x})$$

$$= -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}x = x$$

$$\text{ج-} \quad M(x; f(x)); N(-x; f(-x)) \text{ بيان أن } (MN), (T) \text{ متوازيان}$$

$$\text{ومنه المستقيمان } (MN), (T) \text{ متوازيان} \quad \frac{f(x) - f(-x)}{x - (-x)} = \frac{x}{2x} = \frac{1}{2}$$

$$-5 \quad \text{أنشئ المستقيمتين } (\Delta), (\Delta'), (T) \text{ والمنحنى } (C_f).$$



النص: الثالث

I- الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $g(x) = x^2 + \ln|x| - 1$

(C_g) تمثيلها البياني.

جدول الإشارات لـ: $g(x)$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$g(x)$	+	0	-	-	+

II- الدالة f المعرفة $\mathbb{R}^*$ كما يلي: $f(x) = \frac{\ln|x|}{x} - x + 2$

1- حساب النهايات

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0 \quad \text{لأن} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln|x|}{x} - x + 2 = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\ln(-x)}{x} - x + 2 = \lim_{X \rightarrow +\infty} \frac{\ln X}{-X} + X + 2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln|x|}{x} - x + 2 = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{\ln|x|}{x} - x + 2 = -\infty$$

2- أ- حساب المشتقة:

الدالة f تقبل الاشتقاق على المجالين $]0; +\infty[$ و $]-\infty; 0[$

$$f'(x) = \frac{1 - \ln|x|}{x^2} - 1 = \frac{1 - \ln|x| - x^2}{x^2} = \frac{-g(x)}{x^2} \cdot \infty$$

ب- استنتاج اتجاه التغير:

إشارة المشتقة f' حسب إشارة $-g(x)$ ومنه:

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	+	-

ومن الدالة f متزايدة تماما على المجالين $[-1; 0[$ و $]0; 1]$

ومتناقصة تماما على المجالين $]1; +\infty[$ و $]-\infty; -1]$

جدول التغيرات

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f'(x)$	-	0	+	+	-
$f(x)$	$+\infty$		$+\infty$	1	$-\infty$

3- بيان أن النقطة $A(0; 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f).

$$f(0 \times 2 - x) + f(x) = 4$$

$$f(-x) + f(x) = \frac{\ln|x|}{-x} + x + 2 + \frac{\ln|x|}{x} - x + 2 = 4$$

ومن النقطة $A(0, 2)$ مركز تناظر للمنحنى (C_f)

4- بيان أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتهما α و β

الدالة f مستمر ورتيبة تماما على المجال $]0, 4; 0, 5[$

$$f(0, 4) = -0, 6 \quad f(0, 5) = 0, 1$$

$$f(0, 4) \times f(0, 5) < 0$$

ومن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا α حيث $\alpha \in]0, 4; 0, 5[$

الدالة f مستمر ورتيبة تماما على المجال $]2, 3; 2, 4[$

$$f(2, 3) = 0, 06 \quad f(2, 4) = -0, 6$$

$$f(2, 4) \times f(2, 3) < 0$$

ومن حسب مبرهنة القيم المتوسطة فإن المعادلة $f(x) = 0$

تقبل حلا وحيدا β حيث $\beta \in]2, 3; 2, 4[$

5- بيان أن المستقيم $(d): y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f).

$$\lim_{|x| \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 2)] = \lim_{|x| \rightarrow +\infty} \frac{\ln|x|}{x} = 0$$

ومن المستقيم $(d): y = -x + 2$ مقارب مائل للمنحنى بجوار $-\infty; +\infty$

دراسة الوضع النسبي بين (C_f) و (d)

$$f(x) - (-x + 2) = \frac{\ln|x|}{x}$$

جدول الإشارات:

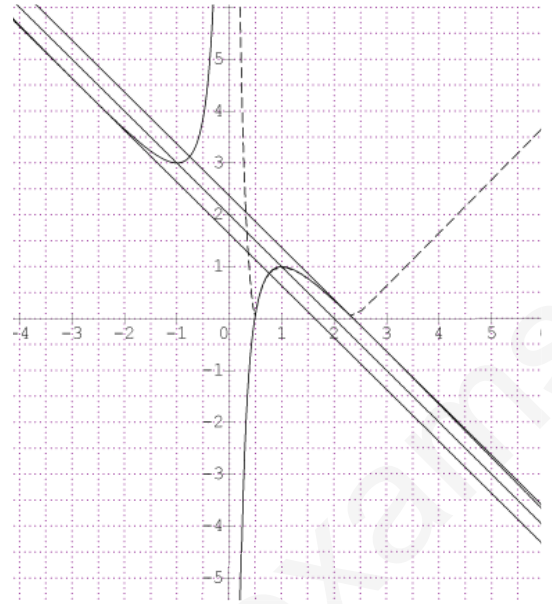
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
x	-	-	+	+	
$\ln x $	+	0	-	0	+
$\frac{\ln x }{x}$	-	+	-	+	
الوضعية النسبية	تحت (C_f)	فوق (C_f)	تحت (C_f)	فوق (C_f)	
(d)	(d)	(d)	(d)	(d)	

6- بيان أن للمنحنى (C_f) مماسين (T') و (T) معامل توجيهها (-1)

$$1 = \ln|x| \quad \frac{1 - \ln|x|}{x^2} - 1 = -1 \quad \text{ومن} \quad f'(x) = -1$$

$$x = -e \quad \text{أو} \quad x = e$$

$$y = -x + 2 + \frac{1}{e} \quad y = -x + 2 - \frac{1}{e}$$



- 8- المناقشة البيانية حلول المعادلة $f(x) = -x + m$
- حلول المعادلة هي فواصل نقط تقاطع المنحنى (C_f) مع المستقيم $y = -x + m$ المعادلة
- $m \in]-\infty; 2 - \frac{1}{e}[$ المعادلة تقبل حل وحيد.
- $m = 2 - \frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حلين احدهما مضاعف.
- $m \in]2 - \frac{1}{e}; 2[$ المعادلة تقبل ثلث حلول.
- $m = 2$ المعادلة تقبل حلين.
- $m \in]2; 2 + \frac{1}{e}[$ المعادلة تقبل ثلث حلول
- $m = 2 + \frac{1}{e}$ المعادلة تقبل حلين احدهما مضاعف.
- $m \in]2 + \frac{1}{e}; +\infty[$ المعادلة تقبل حل وحيد.
- 8- الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ كما يلي: $h(x) = |f(x)|$.
- إنشاء (C_h) بالاعتماد على (C_f) في نفس المعلم السابق
- من أجل $f(x) \leq 0$ $h(x) = -f(x)$
 - (C_f) و (C_h) متناظران بالنسبة إلى محور الفواصل.
 - من أجل $f(x) > 0$ $h(x) = f(x)$
 - (C_f) و (C_h) متطابقان.