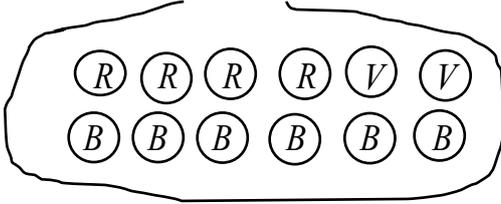


**التمرين الأول: (6 نقاط)**



كيس يحتوي على 12 كرة متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس منها 4 كرات حمراء، 6 بيضاء و كرتين خضراوين (انظر الشكل)  
نسحب من الكيس 3 كرات في آن واحد و نعتبر الحادثتين التاليتين:  
A " الكرات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون "  
B " من بين الكرات الثلاثة المسحوبة توجد فقط كرتين بيضاوين "

(1) اذكر لماذا لدينا تساوي الإحتمال؟ ثم بين أن:  $P(A) = \frac{6}{55}$

(2) احسب  $P(B)$  ثم استنتج  $P(A \cup B)$

(3) ليكن المتغير العشوائي  $X$  الذي يتمثل في اللعبة التالية:

- نربح ثلاث نقط (3) إذا كانت الكرات الثلاثة المسحوب من نفس اللون.
- نخسر ثلاث نقط (-3) إذا كانت الكرات الثلاثة المسحوب مختلفة الألوان مثنى مثنى.
- لا نربح أية نقطة (0) إذا كانت كرتين فقط من الكرات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون.

$x_i$	-3	0	3
$P(X = x_i)$	...	...	$\frac{6}{55}$

أ - اكمل الجدول المقابل:

ب - احسب  $P(X^2 - 9 = 0)$

ج - احسب الأمل الرياضي  $E(X)$  . - ماذا تستنتج بالنسبة للعبة؟ علل

**التمرين الثاني: (6 نقاط)**

$(u_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $u_0 = 0$  و من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $u_{n+1} = \frac{1}{2}\sqrt{u_n^2 + 3}$

(1) أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل  $n$  من  $\mathbb{N}$ :  $0 \leq u_n \leq 1$

ب - بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة.

(2)  $(v_n)$  متتالية معرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $v_n = u_n^2 + \alpha$  ( $\alpha \in \mathbb{R}$ )

أ - اكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $v_n$  و  $\alpha$  .

ب - عين العدد الحقيقي  $\alpha$  حتى تكون المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{4}$

ج - نضع  $\alpha = -1$  - اكتب بدلالة  $n$  كل من عبارة  $v_n$  و  $u_n$  .

- استنتج  $\lim_{x \rightarrow +\infty} u_n$  .

- اوجد بدلالة  $n$  المجموع  $s_n$  حيث:  $s_n = u_0^2 + u_1^2 + \dots + u_n^2$

### التمرين الثالث: ( 8 نقاط )

(I)  $g(x) = 1 - ex - 2 \ln x$  دالة معرفة على  $]0; +\infty[$  ب:  $g(x) = 1 - ex - 2 \ln x$

(1) بين أن الدالة  $g$  متناقصة تماما على  $]0; +\infty[$  .

(2) أ - بين أن المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  في المجال  $]0,5; 1]$  .

ب - اوجد حصرا للعدد  $\alpha$  سعته  $0,1$

ج - استنتج حسب قيم  $x$  إشارة  $g(x)$  .

(II) لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $]0; +\infty[$  ب:  $f(x) = \frac{ex + \ln x}{x^2}$

(1) احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  ثم فسر النتيجةين بيانيا.

(2) أ - بين أنه من أجل كل  $x$  من  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

ب - استنتج اتجاه تغير  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها.

(3) بين أن:  $f(\alpha) = \frac{e\alpha + 1}{2\alpha^2}$  ثم جد حصرا للعدد  $f(\alpha)$  .

(4) أنشئ المنحنى  $(C_f)$  في معلم متعامد و متجانس حيث طول الوحدة هي  $2cm$  .

(5) عين قيم الوسيط الحقيقي  $m$  حتى تقبل المعادلة  $f(x) = |m|$  حلولا في  $\mathbb{R}$  .

بالتوفيق