

ملاحظة

كما تُمنح نُقطة واحدة على تنظيم ورقة الإجابة

السؤال النظري: (نقطة واحدة)

بين أنه من أجل كل θ من \mathbb{R} و من أجل كل n من \mathbb{N} ، $(\cos(\theta) + i \sin(\theta))^n = \cos(n\theta) + i \sin(n\theta)$.
التمرين الأول: (08 نقاط):

الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $g(x) = -x^2 - 2 + 2 \ln x$.

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ ، $\ln x < \frac{1}{2}x^2 + 1$.

الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $f(x) = x - 1 + \frac{2 \ln(x)}{x}$.

C_f تمثلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(0; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب $f(1)$ و فسر النتيجة هندسياً.

(2) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $]0; +\infty[$ ، $f'(x) = \frac{-g(x)}{x^2}$.

(3) استنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها. (حساب النهايات عند أطراف مجال التعريف مطلوب).

(4) بين أن المستقيم Δ ذو المعادلة $y - x + 1 = 0$ مقارب مائل لـ C_f . ثم استنتج الوضع النسبي بين C_f و Δ .

(5) عين قيمة العدد الحقيقي α حتى يكون $T: y = x + \alpha$ مماساً لـ C_f .

(6) في الشكل (1) جدول تغيرات الدالة h المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = \frac{2 \ln x}{x} - \frac{2}{e}$.

- أحسب $h(e)$ ثم استنتج الوضع النسبي بين T و C_f .

(7) بين أن المعادلة $f(x) + 3 = 0$ تقبل حلاً وحيداً α حيث: $0.51 < \alpha < 0.53$.

- أنشئ Δ و T و C_f في نفس المعلم.

(8) ناقش بياناً و حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة $-x + \ln\left(\frac{x^2}{e^{mx}}\right) = 0$.

(9) الدالة العددية المعرفة على $]0; +\infty[$ بـ: $K(x) = [f(x)]^2 + 3[f(x)]$.

- استنتج مجموعة حلول المعادلة $K(x) = 0$.

x	0	e	$+\infty$
$h(x)$			

الشكل (1)

التمرين الثاني: (10 نَقْاطِ):

P كثير حدود معرف على \mathbb{C} بـ : $P(z) = z^3 + z^2 - 2$.

(1) أحسب $P(1)$ ثم استنتج تحليلاً لـ $P(z)$.

(2) حل في \mathbb{C} المعادلة : $z^2 + 2z + 2 = 0$.

نعتبر في المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{u}, \vec{v})$ النقط A, B, C, D التي

لواحقها على الترتيب : $z_A = -1 + i, z_B = -1 - i, z_C = i^{140}, z_D = 3 - i$.

1- أثبت أن النقطة C تقع على حامل محور الفواصل.

2- (γ) مجموعة النقط $M(x; y)$ من المستوي المركب ذات اللاحقة z بحيث : $|z + 1 - i| = |z_D|$.

- عين طبيعة المجموعة (γ) و اذكر عناصرها المميزة.

3- أكتب z_B على الشكل الأسّي ثم عين قيم العدد الطبيعي n التي من أجلها يكون : $\left(\frac{z_B}{\sqrt{2}}\right)^n$ تخيلياً صرفاً.

4- **ليكن** H التحاكي الذي مركزه C ونسبته 2 و R الدوران الذي مركزه C و زاوية له $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$.

- عين z_D لاحقة D صورة A بالتحاكي H و z_E لاحقة E صورة D بالدوران R .

- عين اللاحقة z_F للنقطة F نظيرة E بالنسبة إلى A .

- استنتج طبيعة الرباعي $DFCE$.

5- عين طبيعة التحويل $S = H \circ R$ و عناصره المميزة.

6- يحتوي كيس على أربع كريات تحمل العدد (-1) و ثلاث كريات تحمل الحرف $(-i)$ و كرتان تحمل الحرف (i) ,

كل الكريات لا تفرق بينها عند اللمس، باعتبار الحرف (i) يرمز إلى العدد المركب الذي طويلته 1 و عمدة له $\frac{\pi}{2}$.

الجزء الأول: نسحب و في آن واحد **كرتين** من هذا الكيس و نسجل على لوح إلكتروني مجموع العددين المسجلين عليهما.

(1) أحسب احتمال كل حادثة من الحوادث التالية:

A_1 : "يُسجل على اللوح الإلكتروني لاحقة النقطة A ".

A_2 : "طويلة العدد المسجل على اللوح الإلكتروني تساوي 2 ".

A_3 : "العدد المسجل على اللوح الإلكتروني شكله الأسّي $\sqrt{2}e^{i\frac{5\pi}{4}}$ ".

الجزء الثاني: نعيد الكرتين المسحوبتين إلى نفس الكيس، ونقترح التجربة التالية :

نسحب و في آن واحد **ثلاث كريات** من هذا الكيس و نسجل على لوح إلكتروني **جداً** العددين المسجلين عليهما.

(1) أحسب احتمال الحادثة B_1 : " العدد المسجل على اللوح الإلكتروني حقيقي".

الأستاذ: زيرة يتمنى الشجاع للجميع

تحقيق النجاح، اعمل كما لو كان يستحيل عليك أن تفشل.