

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول

التمرين الأول (04 نقاط) :

في الفضاء المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ ، نعتبر النقط $A(-2; 0; 1)$ ، $B(1; 2; -1)$ و $C(-2; 2; 2)$.

1. أحسب الجداء السلمي $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ ثم إستنتج القيمة المدورة إلى الوحدة بالدرجات للزاوية \widehat{ABC} .
2. إستنتج أن النقط A ، B و C ليست على إستقامة وأن $2x - y + 2z + 2 = 0$ معادلة ديكارتية للمستوي (ABC) .

3 أ- أكتب المعادلة الديكارتية للمستوي (P) المستوي المحوري للقطعة $[AB]$

ب- بين أن مجموعة النقط $M(x; y; z)$ من الفضاء التي تحقق $AM = CM$ هي المستوي (P') الذي معادلته الديكارتية $4y + 2z - 7 = 0$

ج- بين أن (P) و (P') متقاطعان وفق مستقيم (Δ) يطلب تعيين تمثيلا وسيطيا له

4- أ- بين أن المستقيم (Δ) يقطع المستوي (ABC) في نقطة ω يطلب تعيين إحداثياتها

5. نعتبر النقطة G_α مرجح الجملة المثقلة $\{(A; \alpha^2 - 1); (B; \alpha^2 + 2); (C; -2\alpha^2)\}$ حيث α وسيط حقيقي عين بدلالة α إحداثيات G_α و إستنتج مجموعة النقط G_α عندما α تتغير على \mathcal{R}

التمرين الثاني (05 نقاط) :

1. حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة ذات المجهول Z : $Z^2 - 2Z + 4 = 0$

2) استنتج حلول المعادلة $(\bar{Z} + 2 + 2i\sqrt{3})^2 - 2\bar{Z} - 4i\sqrt{3} = 0$ حيث \bar{Z} هو مرافق Z

1. المستوي المركب المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o; \vec{u}; \vec{v})$ نعتبر النقط A و B و C و D التي لواحفها

على الترتيب : $Z_A = 1 + i\sqrt{3}$ ، $Z_B = \bar{Z}_A$ و $Z_C = -1 + i\sqrt{3}$ و $Z_D = -1 + 3i\sqrt{3}$

أ- أوجد نسبة وزاوية التشابه المباشر S الذي مركزه B و يحول النقطة C إلى النقطة A ثم أعط العبارة المركبة له

ب- عين إحداثيتي النقطة D' صورة النقطة D بالتشابه S ثم استنتج أن المثلثين BCD و BAD' متشابهان

2) نعتبر التحويل النقطي T الذي يرفق بكل نقطة M من المستوي ذات اللاحقة Z النقطة M' ذات اللاحقة Z'

حيث : $2Z' = 2[-i \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6}]Z - 1$

أ- أكتب العدد α حيث : $\alpha = -i \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6}$ على الشكل المثلثي ثم على الشكل الأسّي

ب- عين طبيعة التحويل T محدد عناصره المميزة

3) أ- بين أن (τ) مجموعة النقط M من المستوي التي تحقق $2(Z + \bar{Z}) + Z \times \bar{Z} = 0$ هي دائرة مركزها Ω ذات

اللاحقة 2 - يطلب تعيين نصف قطرها

ت- عين صورة الدائرة (τ) بالتحويل T

التمرين الثالث (04 نقاط) :

(U_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N}^* حدودها موجبة تماما حيث: $U_1 = e^2$ ومن أجل كل عدد طبيعي $n \geq 1$ لدينا :

$$2 \ln U_n - \ln U_{n+1} + 1 = 0 .$$

(V_n) متتالية عددية معرفة على \mathbb{N}^* بـ: $V_n = \ln(e \times U_n)$

1/ أحسب U_2 و U_3 .

2/ عيّن طبيعة المتتالية (V_n).

3/ أكتب V_n ثم U_n بدلالة n ثم أحسب بدلالة n المجموع S_n و الجداء P_n حيث:

$$P_n = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n , S_n = V_1 + \frac{1}{2}V_2 + \frac{1}{4}V_3 + \dots + \frac{1}{2^{n-1}}V_n$$

4/ المستوى منسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$, لتكن النقط $A(0; V_1)$, $B(1; V_2)$, $C(2; V_3)$. عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون مبدأ المعلم هو مرجح الجملة $\{(A, b); (B, a); (C, (1 + b))\}$ حيث $1 + a + 2b \neq 0$.

التمرين الرابع (07 نقاط) :

(I) الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على المجال $]0; +\infty[$ بـ: $h(x) = x - \ln x$

(1) أدرس اتجاه تغير الدالة h ثم شكل جدول تغيراتها.

(2) استنتج حسب قيم x إشارة $h(x)$ ثم استنتج إشارة $h(x^2)$ على \mathbb{R}^* .

(II) الدالة العددية للمتغير الحقيقي x و المعرفة على \mathbb{R}^* بـ: $f(x) = \frac{1}{2} \left(-\frac{\ln(x^2)}{x} - x - \frac{2}{x} \right)$

(C_f) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(1) أ) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب) أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ ثم فسر النتيجة بيانيا .

(2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم : $2x^2 f'(x) = -h(x^2)$

ب) أدرس اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

(ج) بين أن (Δ) ذا المعادلة: $y = -\frac{1}{2}x$ مستقيم مقارب للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة لـ (Δ)

(3) أ) تحقق أن: من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}^* : -x \in \mathbb{R}^*$ و $f(x) + f(-x) = 0$. ماذا تستنتج ؟ فسر النتيجة بيانيا .

ب) بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $]0.3; 0.4[$ ، عين حصر العدد $f(\alpha)$.

** استنتج أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا آخر β يطلب تعيين حصر له .

(4) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين في نقطتي تقاطع (C_f) و (Δ) متوازيين .

ب) بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسين (T_1) و (T_2) يوازيان المستقيم (Δ) يطلب كتابة معادلتيهما .

ج) أنشئ (Δ) ، (T_1) ، (T_2) و (C_f) .

(د) ناقش بيانيا وحسب قيم العدد الحقيقي m عدد و إشارة حلول المعادلة : $f(x) = -\frac{1}{2}x + m$. . . (E)

(5) لتكن k دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1\}$ بـ: $k(x) = \frac{1}{2} \left(-\frac{\ln(x+1)^2}{x+1} - (x+1) - \frac{2}{(x+1)} \right) + 2$ ، (C_k) تمثيلها البياني .

أ) بين أنه يوجد تحويل نقطي بسيط يحول المنحنى (C_f) إلى المنحنى (C_k) .

ب) أنشئ المنحنى (C_k) في نفس المعلم السابق .

(6) أ) بين أن الدالة F المعرفة على \mathbb{R}^* بـ: $F(x) = \frac{1}{2} \left(\frac{-1}{2}x^2 - \frac{1}{4}[\ln(x^2)]^2 - 2 \ln|x| \right)$ هي دالة أصلية لـ f على \mathbb{R}^*

ب) استنتج أن الدالة F هي دالة زوجية ثم جد الدالة الأصلية للدالة f والتي تنعدم من أجل $x = 1$.

(ج) λ عدد حقيقي حيث: $\lambda > 1$. أحسب التكامل التالي: $A(\lambda) = -\int_1^\lambda f(x) dx$ وفسر النتيجة هندسيا .

** أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} A(\lambda)$

اتمى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول (04 نقاط) :

- يحتوي كيس على عشر كريات بحيث خمس كريات حمراء تحمل الارقام -2 ; -1 ; 0 ; 1 و ثلاث كريات خضراء تحمل الأرقام -1 ; 0 و 1 وكريتان سوداوين تحمل الرقمين 0 و -1 نسحب وفي أن واحد كرتين من هذا الكيس ونفترض أن كل الكريات لها نفس احتمال السحب
1. ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحبة ممكنة العدد الحقيقي $|x - y|$ حيث x و y هما الرقمان اللذان تحملاهما الكريتان المسحوبتان من الكيس
- 1- حدد قيم المتغير العشوائي X
- 2- أكتب قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أماله الرياضي
- II. نعيد كل الكريات المسحوبة إلى الكيس ونسحب منه كرتين على التوالي وبدون إرجاع الكرية المسحوبة الأولى
- 1- أحسب عدد الحالات الممكنة للسحب
- 2- لتكن A و B حادثتان معرفتان كما يلي :

A : الكريتان المسحوبتان لوناهما مختلفان B : الكريتان المسحوبتان تحمل كلا منهما عددا موجبا تماما

أحسب $P(A)$ و $P(B)$

التمرين الثاني (04 نقاط) :

الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f) للدالة f المعرفة على المجال $[0, +\infty[$ بـ $f(x) = \frac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$ و (Δ) المستقيم الذي معادلته $y = x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- أ- أدرس إتجاه تغير الدالة f على المجال $[0, +\infty[$

ج- بين أنه إذا كان $x \in [1, \sqrt{3}]$ فإن $f(x) \in [1, \sqrt{3}]$

2) نعرف المتتالية (u_n) كما يلي $u_0 = 1$ و من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} = f(u_n)$$

أ- مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 و u_2

ب- ضع تخمينا حول إتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربا

ج- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \leq u_n \leq \sqrt{3}$

3) بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n :

$$u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(2 - \sqrt{u_n^2 + 1})}{\sqrt{u_n^2 + 1}}$$

- استنتج أن (u_n) متقاربة

4) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = \frac{u_n^2}{3 - u_n^2}$

أ- برهن ان المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين اساسها وحدها الأولى

ب- أكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n

ج- أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

5) أحسب P_n بدلالة n حيث : $P_n = \frac{(u_0 \times u_1 \times \dots \times u_n)^2}{(3 - u_0^2)(3 - u_1^2) \dots (3 - u_n^2)}$

التمرين الثالث (05 نقاط) :

المستوي المركب منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{u}; \vec{v})$

1) أوجد العددين Z_1 و Z_2 الجذران التربيعيان للعدد المركب $L = 2 - 2i\sqrt{3}$ ثم أكتبهما على الشكل الأسّي

2) نعتبر النقط A ، B و C التي لواحقها على الترتيب : $Z_A = 2i$ و $Z_B = \sqrt{3} + i$ و $Z_C = \sqrt{3} - i$

أ- بين أن $\overline{AB} = \overline{OC}$ وعين قيسا للزاوية الموجهة $(\overline{OB}; \overline{AC})$

ب- استنتج طبيعة الرباعي $OABC$

ج- عين لاحقة النقطة Ω مركز الرباعي $OABC$

3) أ- أكتب العبارة المركبة للتشابه S الذي يحول النقطة A إلى النقطة O ويحول النقطة C إلى B

ت- تحقق أن SOS هو تشابه مباشر نسبته $\frac{1}{3}$ وأحد أقياس زاويته π

ث- نضع f التحويل النقطي المعرف بـ : $f = \underbrace{SoSoS \dots \dots \dots OS}_{n \text{ مرة}}$

- عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون التحويل f تحاكيا نسبته سالبة

4) k عدد حقيقي ولتكن (E) مجموعة النقط M ذات اللاحقة Z بحيث : $OM^2 + AM^2 + BM^2 + CM^2 = k$

أ- أثبت أن مجموعة النقط M من (E) تحقق العلاقة : $\Omega M^2 = \frac{k-8.O\Omega^2}{4}$

ب- ناقش حسب قيم العدد الحقيقي k طبيعة المجموعة (E)

التمرين الرابع (06 نقاط):

1. لتكن الدالة g المعرفة على \mathcal{R} بـ : $g(x) = 1 - (x^2 - 2x + 2)e^{-x}$

(1) أحسب نهاية الدالة g عند $-\infty$ و $+\infty$

(2) عين إتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

(3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α على \mathcal{R} ثم تحقق أن المجال $0.35 < \alpha < 0.36$

(4) استنتج إشارة $g(x)$ على \mathcal{R}

II. نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathcal{R} بـ : $f(x) = x - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$ وليكن (C_f) تمثيلها

البياني المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ وحدة الطول $(2cm)$

(1) أحسب نهايات الدالة f عند أطراف مجموعة تعريفها

(2) أحسب $f'(x)$ واستنتج أتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها

(3) أثبت أن : $f(\alpha) = \alpha(1 + 2e^{-\alpha})$ واستنتج حصرا لـ $f(\alpha)$

(4) أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x - 1$ مستقيم مقارب مائل لـ (C_f) بجوار $+\infty$

- أدرس الوضع النسبي لـ (C_f) بالنسبة (Δ)

(5) أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0

(6) أنشئ (Δ) ; (T) و (C_f)

(7) عين قيم الوسيط الحقيقي m بحيث تقبل المعادلة $0 = -m - 1 + (x^2 + 2)e^{-x}$ حلا وحيدا موجبا

(8) أوجد الاعداد الحقيقية a و b و c بحيث تكون الدالة $h(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$ دالة أصلية على \mathcal{R}

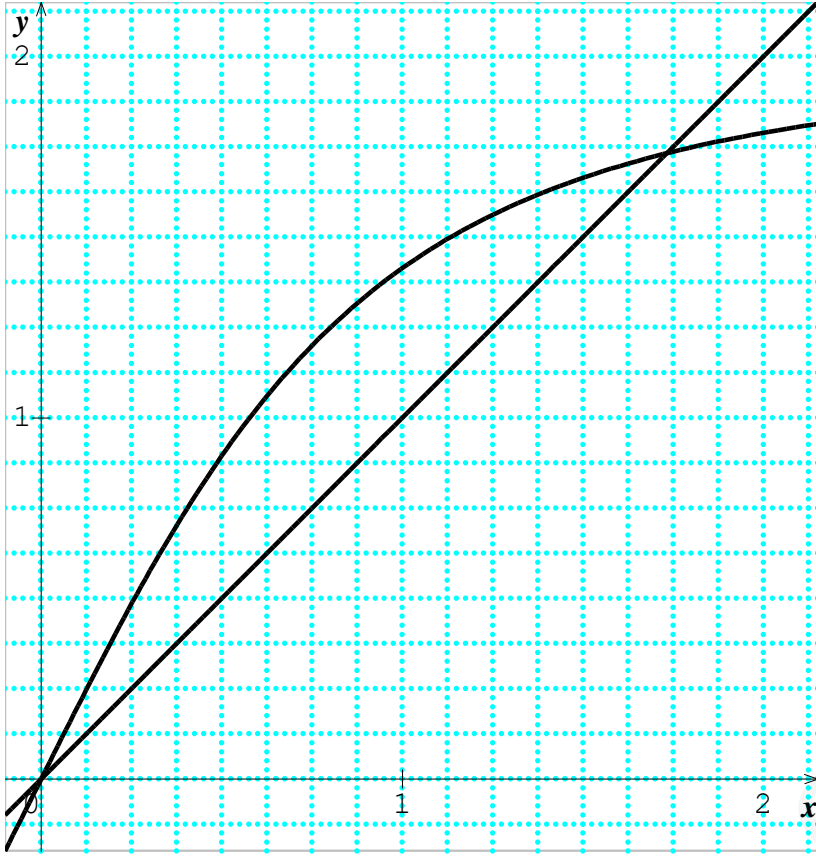
للدالة المعرفة بـ : $x \rightarrow (x^2 + 2)e^{-x}$

(9) أحسب مساحة الحيز $A(\alpha)$ المحدد بالمنحنى (C_f) , المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = 0$ و

$x = \alpha$

انتهى الموضوع الثاني

ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة

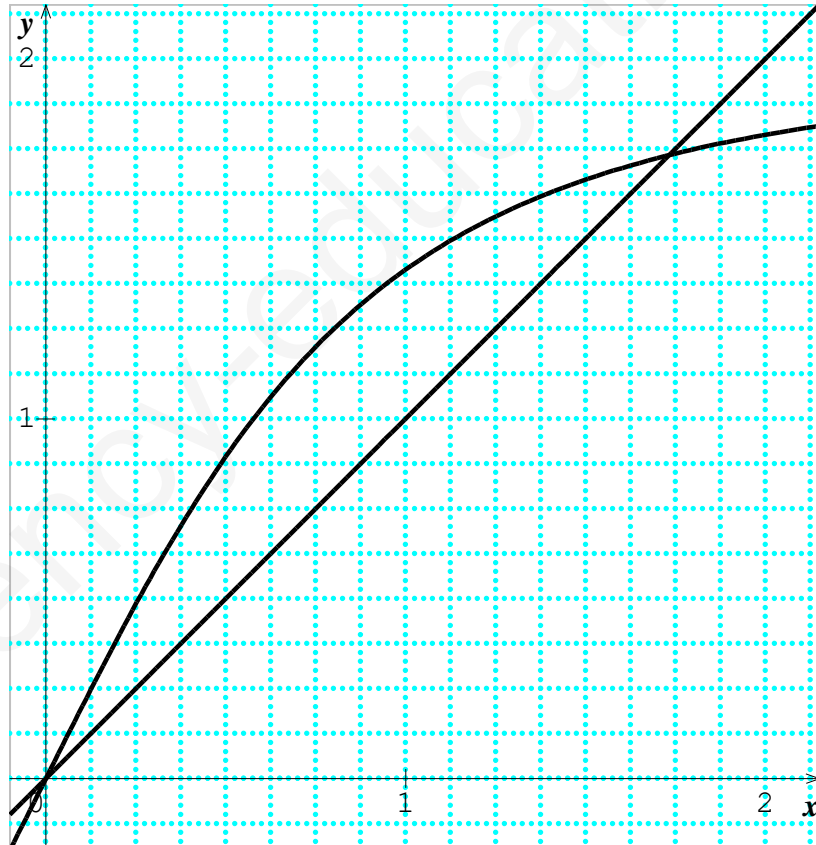


الإسم :

اللقب :

القسم : 3 ع تج

ملاحظة : تعاد الوثيقة مع ورقة الإجابة ولو كانت فارغة



الإسم :

اللقب :

القسم : 3 ع تج