

﴿ فرض الفصل الأول في مادة الرياضيات ﴾

المدة: ساعتان

المستوى: 3 ع ت 2,1

ملاحظة : تقبل الإجابات الدقيقة والواضحة فقط .

نعتبر في كل ما يأتي المستوي منسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

التمرين الأول :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{x^2 + |x|}{x^2 - |x|} & ; \quad x \neq 0 \\ g(x) = -1 & ; \quad x = 0 \end{cases}$$

لتكن الدالة g المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ب :

1. أكتب $g(x)$ دون رمز القيمة المطلقة .
2. ادرس قابلية اشتقاق الدالة g عند 0 ، ثم فسر النتيجة هندسيا .
3. هل الدالة g مستمرة عند 0 ؟ برر

التمرين الثاني :

لتكن الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $f(x) = -x + 1 + e^{2x} - e^x$ ، التمثيل البياني للدالة f .

1. أدرس تغيرات الدالة f .
2. بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = -x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $-\infty$. أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) بالنسبة إلى (Δ) .
3. (أ) ليكن x_0 عدد حقيقي ، نعتبر المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة x_0 .
• عين قيمة x_0 حتى يكون (T) موازيا للمستقيم (d) ثم أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) .
(ب) بعد حساب $f''(x)$ (المشتقة الثانية للدالة f) بين أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيينها .
(ج) أرسم (T) ، (d) و (C_f) .
4. ليكن m عدد حقيقي . ناقش حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة التالية:

$$e^{2x} - e^x + 1 - m = 0$$

التمرين الثالث :

الجزء الأول : لتكن الدالة g المعرفة على \mathbb{R} ب :

$$g(x) = x^3 - 3x - 3$$

1. أدرس تغيرات الدالة g .
2. بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α محصورا في المجال $[2; 2.5]$
3. عين حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g(x)$

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ ب : $f(x) = \frac{2x^3 + 3}{x^2 - 1} + ax + b$ حيث a و b عددين حقيقيين ، وليكن (C_f) تمثيلها البياني .

• عين a و b إذا علمت أن $f(0)$ قيمة حدية عظمى قيمتها (-2) .
نضع $a = 0$ و $b = 1$:

1. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ فإن :

$$f'(x) = \frac{2x}{(x^2 - 1)^2} \times g(x)$$

2. إستنتج تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

3. بين أن $f(\alpha) = 3\alpha + 1$ ثم عين حصرًا لـ $f(\alpha)$.

4. بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x + 1$ مستقيم مقارب مائل للمنحنى (C_f) ، ثم أدرس الوضع النسبي

• للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

5. ارسم كلا من (Δ) والمنحنى (C_f) .

6. لتكن h دالة معرفة على $\mathbb{R} - \{-1; 1\}$ بـ $h(x) = \frac{2|x|x^2 + 3}{x^2 - 1} + 1$

(أ) أثبت أن الدالة h زوجية.

(ب) إشرح كيف يمكن إنشاء (C_h) التمثيل البياني للدالة h ، ثم أنشئه.