

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

السنة الدراسية : 2019-2020	مديرية التربية لولاية الأغواط
المستوى : الثالثة علوم تجريبية	ثانوية غزاوي بلقاسم بأفلو
التاريخ : 02 ديسمبر 2019	إمتحان الثلاثي الأول
المدة : 03 ساعات	إختبار في مادة الرياضيات

التمرين الأول : 04 نقاط

- نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بـ : $u_0 = 6$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $2u_{n+1} = u_n + 4$.
- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n فإن : $u_n > 4$.
 - أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة تماما على \mathbb{N} . إستنتج أنها تقاربها .
 - لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي : $v_n = \ln(u_n - 4)$.
 - بين أن (v_n) متتالية حسابية أساسها $r = -\ln 2$ يطلب حساب حدها الأول .
 - أكتب عبارة v_n بدلالة n . ثم استنتج عبارة u_n بدلالة n . أحسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.
 - بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $(u_n - 4)^2 = 4 \left(\frac{1}{4}\right)^n$.
 - إستنتج المجموع S_n حيث من أجل كل عدد طبيعي n :
- $$S_n = (u_0 - 4)^2 + (u_1 - 4)^2 + (u_2 - 4)^2 + \dots + (u_n - 4)^2$$

التمرين الثاني : 05 نقاط

نعتبر الدالة g المعرفة على \mathbb{R} بـ : $g(x) = (x+a)e^x + bx + c$.

وليكن (C_g) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

- عين قيم الأعداد الحقيقية a, b, c . علما أن (C_g) يشمل النقطة $A(1; -1)$. ويقبل ماسا معامل توجيهه يساوي 1 عند النقطة $B(0; -3)$.
- لتكن الدالة h المعرفة على \mathbb{R} بـ : $h(x) = 1 + xe^x$.
 - أدرس إجهاد تغير الدالة h . ثم بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن : $h(x) > 0$.
- لتكن الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بـ : $f(x) = x - 2 + (x-1)e^x$.
 - أدرس تغيرات الدالة f . ثم شكل جدول تغيراتها .
- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في \mathbb{R} . إستنتج إشارة $f(x)$.
- نعتبر من أجل كل عدد حقيقي $x > \alpha$: $Q(x) = \ln[f(x)]$. شكل جدول تغيرات الدالة Q .

التمرين الثالث : 04 نقاط

لتكن (v_n) متتالية هندسية حدودها موجبة حيث :
$$\begin{cases} \ln v_5 - \ln v_3 = 6 \\ \ln v_2 + \ln v_4 = 14 \end{cases}$$

- بين أن أساس المتتالية هو $q = e^3$. عين حدها الأول v_0 .
 - أكتب عبارة الحد العام v_n بدلالة n .

- (2) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n = \ln v_n + \ln v_{n+1}$.
 - بين أن (u_n) متتالية حسابية أساسها $r = 6$.
 - أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n .
 (3) نعتبر من أجل كل عدد طبيعي n : $S_n = \ln v_0 + \ln v_1 + \ln v_2 + \dots + \ln v_n$.
 - أحسب بدلالة n المجموع S_n .

التمرين الرابع : 07 نقاط

الجزء الأول : نعتبر الدالة g المعرفة على $]0; +\infty[$ ب : $g(x) = x^3 - x + 3 - 2 \ln x$

- (1) بين أنه من أجل كل $x > 0$: $g'(x) = \frac{h(x)}{x}$ حيث : $h(x) = (x-1)(3x^2 + 3x + 2)$.
 (2) إستنتج إجهاد تغير الدالة g .
 (3) أحسب $g(1)$ ثم إستنتج إشارة $g(x)$.

الجزء الثاني : نعتبر الدالة f المعرفة على $]0; +\infty[$ ب : $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس $(o; \vec{i}; \vec{j})$.

- (1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود مجموعة تعريفها .
 (2) بين أن المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y = x - 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.
 - أدرس الوضعية النسبية بين المنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) .

(3) أثبت أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$

- (أ) أدرس إجهاد تغير الدالة f ، ثم شكل جدول تغيراتها .
 (ب) أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة ذات الفاصلة $x_0 = 1$.

(4) أرسم المستقيمين (Δ) ، (T) و المنحنى (C_f) .

- (5) لتكن (Y_m) عائلة المستقيمات المعرفة بالمعادلة : $y = mx - m$ ، حيث m وسيط حقيقي .
 - بين أن جميع المستقيمات (Y_m) تمر بالنقطة $A(1; 0)$.
 - عين قيم العدد الحقيقي m بحيث المعادلة : $f(x) = mx - m$ تقبل حلان متميزان .

