

الفرض الثاني في الرياضيات

التمرين الأول : صندوق U_1 يحتوي على كرية حمراء وثلاث كريات خضراء ، و صندوق U_2 يحتوي على كرتين حمراوين و كرتين سوداوين (الكريات متشابهة ولا نفرق بينها باللمس)

نرمي زردا غير مزيف وجوهره مرققة من 1 إلى 6 مرة واحدة فإذا ظهر رقم مضاعف للعدد 3 نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق U_1 وفي الحالات الأخرى نسحب كرة واحدة من الصندوق U_2

قررت في علم الفوج

1- أحسب احتمال سحب كرية سوداء

2- ماهو اللون الذي له أكبر احتمال للظهور ؟

3- ما احتمال سحب كرية من الصندوق U_2 علما انها حمراء ؟

2- نقوم بضم كل الكريات في صندوق واحد ثم نسحب منه 3 كريات على التوالي دون إرجاع

أ- أحسب احتمال سحب الكرية الثالثة سوداء ، ثم إستنتج احتمال سحب الكرية الأولى سوداء

ب- بين أن احتمال الحصول على الألوان الثلاثة يساوي $\frac{9}{28}$

التمرين الثاني : ① (u_n) متتالية عددية حيث :
$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{e} \\ u_{n+1} = \frac{1}{e}(u_n)^2 \end{cases}$$

أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 < u_n \leq \frac{1}{e}$

ب- بين أن (u_n) متناقصة ، ثم برر أنها متقاربة ؟

② نضع من أجل كل عدد طبيعي n : $v_n = 1 - \ln u_n$

① برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب أساسها وحدها الأول v_0

② أكتب v_n بدلالة n ، ثم استنتج أن : $u_n = e^{1-2^{n+1}}$ و عين : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

③ أحسب : $S_n = u_0 e^{v_0} + u_1 e^{v_1} \dots + u_n e^{v_n}$

④ إستنتج بدلالة n : $T_n = \ln \left[\frac{1}{2} u_0 \right] + \ln \left[\frac{2}{3} u_1 \right] + \dots + \ln \left[\frac{n}{n+1} u_n \right]$



3 أ- بين أن : $u_{n+1} \leq \frac{1}{e^2} u_n$

ب- إستنتج أن : $0 < u_n \leq \frac{1}{e} \left(\frac{1}{e^2}\right)^n$

ج- أحسب : $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

التمرين الثالث : 1 g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (3 - 2x) e^x + 2$

1- أدرس تغيرات g

2- برهن أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $1,68 < \alpha < 1,69$

3- إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

4- أحسب المساحة $S(\alpha)$ المحددة بالمنحني (C_g) ومحور القواسل والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = \alpha$ و $x = 2$

2 f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كيلي : $f(x) = \frac{e^x + 4x - 1}{e^x + 1}$

أ- أدرس تغيرات f ، لاحظ أن : $f(x) = \frac{2g(x)}{(e^x + 1)^2}$

ب- بين أن : $f(\alpha) = 4\alpha - 5$ ، ثم أحصر العدد $f(\alpha)$

ج- تحقق أن : $f(x) = 4x - 1 + \frac{(2-4x)e^x}{1+e^x}$

د- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 4x - 1$ مقارب مائل للمنحني (C_f)

هـ- حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

و- أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0

ز- عين نقطة تقاطع المنحني (C_f) مع المستقيم (D) ذو المعادلة $y = 1$

ح- أنشئ المنحني (C_f)

ط- ناقش حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة : $m e^x - 4x + m + 2 = 0$

3 أدرس على $\mathbb{R}$ تغيرات الدالة h حيث : $h(x) = [f(x)]^2$



MOHAMED MOHAMED BAC 2022

بالتوفيق

الفرض الثاني في الرياضيات

التمرين الأول : يحتوي كيس على ثلاث كريات حمراء مرقمة 1،1،2 وأربع كريات صفراء

مرقمة 1،1،2،3 نسحب من الكيس كرتين على التوالي دون إرجاع

(الكريات متشابهة ولا نفرق بينها عند اللمس) نعتبر الحادثين:

A : " الكريات المسحوبة مختلفة اللون "

B : " الكريات المسحوبة مجموع أرقامها 3 "

1- أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، ثم إستنتج $P(A \cap B)$ و $P(A \cup B)$

2- أحسب احتمال الحصول على كرية تحمل رقما أوليا على الأقل

3- المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب مجموع الرقنين المحصل عليهما

✧ عين قيم X ثم عرف قانون احتماله

✧ أحسب $P(X^2 - 3X + 2 = 0)$ ثم الإنحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين الثاني : 1- (u_n) متتالية عددية معرفة كيلي :
$$\begin{cases} u_1 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{(n+1)u_n}{u_n + 2n} \end{cases}$$

1- تحقق أن : $u_{n+1} = (n+1) \left(1 - \frac{2n}{u_n + 2n}\right)$

2- برهن بالتراجع أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم $n : 0 < u_n \leq 1$ ، لاحظ أن : $\left(\frac{n+1}{2n+1} \leq 1\right)$

3- برهن بالتراجع أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم $n : u_n \geq 1 - n$

4- بين أن : $u_{n+1} - u_n = \frac{u_n(1-n-u_n)}{u_n+2n}$

5- إستنتج ان (u_n) متناقصة ، ثم برّر تقاربها

2- نضع من أجل كل عدد طبيعي n غير معدوم : $v_n = \frac{u_n}{u_n + n}$



① برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب أساسها وحدها الأول v_1

② أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج u_n بدلالة n

③ بين أن : $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{n}{2^n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \left[\frac{1}{\ln 2} \times \left(\frac{n \ln 2}{e^{n \ln 2}} \right) \right]$ ، ثم عين $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

- نضع : $S_n = \frac{2u_1+1^2}{u_1+1} + \frac{3u_2+2^2}{u_2+2} + \dots + \frac{(n+1)u_n+n^2}{u_n+n}$

④ بين أن : $S_n = 1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n + \frac{(n+1)n}{2}$ ، وأن $\lim_{n \rightarrow +\infty} \left(\frac{S_n}{n^2+n}\right) = \frac{1}{2}$

التمرين الثالث : ① g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = (3-x)e^{2-x} - 1$

1- أدرس تغيرات g ثم أحسب $g(2)$

2- إستنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$

② f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كيلي : $f(x) = (x-2)e^{2-x} - x + 3$

أ- أدرس تغيرات f ، لاحظ أن : $f'(x) = g(x)$

ب- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = -x + 3$ مقارب للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$

ج- حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

د- أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0

هـ- برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلان α و β حيث : $3 < \alpha < 4$ و $1 < \beta < \frac{3}{2}$

و- برهن أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف ω يطلب تعيين إحداثيها

ز- أرسم المنحنى (C_f)

ط- ناقش بيانها حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة :

$$x(e^{2-x} - 1) = m - 3 + 2e^{2-x}$$

③ أحسب $S(\lambda)$ مساحة الخيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و (Δ) والمستقيمين اللذان معادلتيهما

$x = \lambda$ و $x = 2$ حيث : $\lambda > 2$

❖ عين $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$



MOHAMED IMOHAMED BAC 2022

بالتوفيق



الفرض الثاني في الرياضيات

التمرين الأول : يحتوي كيس على ثلاث كريات حمراء وثلاث كريات خضراء

و كرتين صفراوين نسحب من الكيس كرتين على التوالي دون إرجاع

(الكريات متشابهة ولا نفرق بينها باللمس) ، نعتبر الحادتين:

A : " الحصول على كرية صفراء على الأقل "

B : " الحصول على كرتين من نفس اللون "

1- أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ ، ثم إستنتج $P(A \cap B)$ و $P(A \cup B)$

2. المتغير العشوائي الذي يرفق بكل سحب عدد الألوان المحصل عليها

✧ عين قيم X ثم عرف قانون إحصاءه

✧ أحسب الانحراف المعياري $\sigma(X)$

3- نضيف إلى الكيس n كرية صفراء ، ونعتبر الحدث C : " الحصول على كرتين صفراوين "

✧ بين أن : $P(C) = \frac{(n+2)(n+1)}{(n+8)(n+7)}$ و عين : $\lim_{n \rightarrow +\infty} P(C)$ ، ثم فسر ذلك

التمرين الثاني : (1) (u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}^*$ كيلي :
$$\begin{cases} u_1 = \frac{1}{3} \\ u_{n+1} = \frac{2n}{3n+3} u_n + \frac{3+n}{3n+3} \end{cases}$$

* - برهن بالتراجع أنه مهما كان العدد الطبيعي غير المعدوم n فإن : $u_n < 1$

* - أدرس إتجاه تغير (u_n) ، هل (u_n) متقاربة ؟

2 - نضع من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n : $v_n = n \times (1 - u_n)$

* - برهن أن (v_n) متتالية هندسية ، يطلب أساسها وحدها الأول v_1

* - أكتب v_n بدلالة n ثم إستنتج u_n بدلالة n و $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$



* - أحسب بدلالة n كلا من : $P_n = (1 - u_1) \times (1 - u_2) \times \dots \times (1 - u_n)$

$$T_n = 1u_1 + 2u_2 + \dots + nu_n$$

③ ما طبيعة المتتالية (w_n) المعرفة على $\mathbb{N}^*$ كيلي : $w_n = \ln v_n$

✧ إستنتج قيمة : $S_n = \ln\left(\frac{2}{3}\right) + \ln\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \ln\left(\frac{2}{3}\right)^3 + \dots + \ln\left(\frac{2}{3}\right)^n$

التمرين الثالث : ① g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x) = e^x - x + 2$

* - أدرس تغيرات g ثم إستنتج أنه مهما كان العدد الحقيقي x : $g(x) \geq 3$

② f دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ كيلي : $f(x) = (x - 1)e^{-x} + x + 1$

أ- بين أن f تقبل الاشتقاق على $\mathbb{R}$ وأن : $f'(x) = e^{-x} \times g(x)$

ب- أدرس تغيرات f ثم أحسب $f(0)$ ، $f(1)$ ، $f(-1)$ و $f(2)$

ج- أثبت أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x + 1$ مقارب للمنحني (C_f) بحوار $+\infty$

د- حدد وضعية (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ)

هـ- أكتب معادلة للمماس (T) عند النقطة التي فاصلتها 0

و- برهن أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا في $\mathbb{R}$

ز- برهن أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف (w) يطلب تعيين إحداثيها

ح- أنشئ المنحني (C_f)

③ أحسب $S(\lambda)$ مساحة الخيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) و (Δ)

و المستقيمين اللذين معادليهما $x = 1$ و $x = \lambda$ حيث : $\lambda > 1$

✧ عين $\lim_{\lambda \rightarrow +\infty} S(\lambda)$

④ (Δ_m) مستقيم معادلة له : $y = x + m$

✧ عين قيم m حتى يكون مماس للمنحني (C_f) في نقطة يطلب تعيينها

✧ ناقش بيانها حسب قيم m عدد وإشارة حلول المعادلة : $(m - 1)e^x - x + 1 = 0$

بالتوقيع

