

اختبار الثلاثي الثاني لمادة الرياضيات

التمرين الأول : ( 05 )

$u_0 = -\frac{5}{4}$  حيث  $u_0$  المتتالية العددية المعرفة بعدها الأول

• ومن اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_{n+1} = (2+u_n)^2 - 2$

(1) أ) برهن بالتراجع ان من اجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $-2 < u_n < -1$

• (ب) ادرس اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

• (ج) استنتج ان المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم احسب  $\lim u_n$

(2)  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب:  $v_n = \ln(u_n + 2)$

أ) برهن ان المتتالية  $(v_n)$  هندسية . عين اساسها وحدها الاول .

• (ب) اكتب عبارة الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  .

(3) احسب بدلالة  $n$  الجداء :  $p_n = (u_1 + 2)(u_2 + 2)(u_3 + 2) \dots (u_n + 2)$

التمرين الثاني : ( 08 )

الجزء الأول :  $h$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $h(x) = e^x - x + 2$

(1) ادرس تغيرات الدالة  $h$  ثم شكل جدول تغيراتها

(2) استنتج إشارة  $h(x)$  من اجل كل عدد حقيقي  $x$

الجزء الثاني :  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  ب:  $f(x) = (x-1)e^{-x} + x + 1$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة  $2cm$ )

(1) احسب كلا من  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ) بين ان من اجل كل عدد حقيقي  $x$  :  $f'(x) = e^{-x} \times g(x)$

• (ب) استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ) بين ان المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادله له .

• (ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$

(4) عين قيمة العدد الحقيقي  $b$  حتى يكون المستقيم  $(T)$  ذو المعادلة  $y = x + a$  مماس للمنحنى  $(C_f)$

• في نقطة يطلب تعيين احداثيها .

(5) احسب  $f(0)$  و  $f(-1)$  ثم أنشئ كلا من  $(\Delta)$  و  $(T)$  ثم المنحنى  $(C_f)$  على المجال  $[-1; +\infty[$

(6)  $m$  وسيط حقيقي . عين قيم الوسيط  $m$  التي من اجلها تقبل المعادلة  $x = e^x(m-1) + 1$  حلين

• متمايزين .

(7) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة جد دالة اصلية للدالة  $g : x \mapsto (x-1)e^{-x}$  على  $\mathbb{R}$  و التي تنعدم من اجل 0 .

ب) احسب بـ  $cm^2$  مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات التي معادلاتها:  $y = x + 2$  ،  $x = 2$  ،  $x = 0$

التمرين الثاني: ( 07 )

الجزء الأول:  $g$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $g(x) = -1 - \frac{1}{x^2} + 2\ln x$

(1) ادرس تغيرات الدالة  $g$  ثم شكل جدول تغيراتها

(2) بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1,89 < \alpha < 1,90$

(3) استنتج إشارة  $g(x)$  من اجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  .

الجزء الثاني:  $f$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ:  $f(x) = -x - 2 + \frac{3 + 2\ln x}{x}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (الوحدة  $2cm$ )

(1) أ) احسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  . فسر بيانيا النتيجة . ثم احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  .

(2) أ) بين ان من اجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $]0; +\infty[$  :  $f'(x) = \frac{1}{x^2} \times g\left(\frac{1}{x}\right)$

ب) استنتج ان الدالة  $f$  متزايدة تماما على المجال  $\left]0; \frac{1}{\alpha}\right]$  و متناقصة تماما على المجال  $\left[\frac{1}{\alpha}; +\infty\right[$

ثم شكل جدول تغيراتها .

(3) أ) بين ان المنحنى  $(C_f)$  يقبل مستقيم مقارب مائل  $(\Delta)$  يطلب تعيين معادلة له .

ب) ادرس الأوضاع النسبية للمنحنى  $(C_f)$  والمستقيم  $(\Delta)$

(4) أ) تحقق ان :  $y = -2x + 2$  معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة  $A$  التي فاصلتها 1 .

ب) بوضع :  $f(x) - (-2x + 2) = \frac{h(x)}{x^2}$  ادرس اتجاه تغير الدالة  $h$

ج) احسب  $h(1)$  . و عين إشارة  $h(x)$  على  $]0; +\infty[$  . ماذا تستنتج بالنسبة للنقطة  $A$  ؟

(5) أ) أنشئ المماس  $(T)$  و المقارب  $(\Delta)$  ثم المنحنى  $(C_f)$  . (نأخذ  $f\left(\frac{1}{\alpha}\right) = 0,7$ )

ب) احسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  والمستقيمات التي معادلاتها:

$$y = -x - 2 \quad , \quad x = e \quad , \quad x = 1$$

انتهى .