الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

امتحان البكالوريا التجريبي للتعليم الثانوي — ثانوية شهداء أحداث براق القرارم قوقة

الشعبة : علوم تجريبية — دورة : ماي 2022

اختبار في مادة : الرياضيات — **المدة: 03 سا و 30 د**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين :

الموضوع الأول

التمرين الأول:4 نقاط)

نعلم أن فصائل الدم للإنسان أربعة وهي : O ، A ، B و AB

تتوزع مجموعة من عشرة أشخاص حسب فصيلتهم الدموية كما يلي : ثلاثة أشخاص من فصيلة O ، أربعة من فصيلة A وشخصان من فصيلة B وشخص واحد من فصيلة AB ، **نختار عشوائيا شخصين من هذه المجموعة.**

1) أحسب احتمال كل من الأحداث التالية : E " الشخصان المختاران لهما نفس الفصيلة الدموية "
F " الشخصان المختاران من فصيلتين دمويتين مختلفتين " ، G " فصيلة أحد الشخصين على الأقل هي A "

2) نرفق الفصيلة O بالعدد 4 الذي يمثل عدد الفصائل التي يمكن أن تتلقى من الفصيلة O ، وهكذا نرفق الفصيلة A بالعدد 2 والفصيلة B بالعدد 2 والفصيلة AB بالعدد 1

نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل اختيار لشخصين **مجموع الرقمين** المرفقين بفصيلتهما .

أ) برر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $X \in \{3;4;5;6;8;\}$

ب) بين أن $P(X=4)=\frac{1}{3}$ و $P(X=6)=\frac{2}{5}$ ثم عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج) عين الأمل الرياضي للمتغير X

د) أحسب احتمال الحدث $X=4$ إذا علمت أن فصيلة أحد الشخصين على الأقل هي A

التمرين الثاني: (5 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=\frac{1}{5}$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\frac{2u_n}{2u_n+1}$

1) **أ)** تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=1-\frac{1}{2u_n+1}$

ب) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $0 \le u_n \le \frac{1}{2}$

2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة وبرر تقاربها .

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي $v_n=\frac{3^n u_n}{2u_n-1}$

أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 6 يطلب تحديد حدها الأول .

ب) أكتب v_n بدلالة n واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=\frac{2^n}{2^{n+1}+3}$ ، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

ج) تحقق أنه من أجل كل n من IN ، $\frac{1}{u_n}=2+3\left(\frac{1}{2}\right)^n$ ثم أكتب بدلالة n المجموع : $S_n=\frac{1}{u_0}+\frac{1}{u_1}+.....+\frac{1}{u_n}$

التمرين الثالث: (4 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة ، عينه مع التعليل .

1) f الدالة المعرفة على $IR-\{-1\}$ ب : $f(x)=e^{ax}+\frac{b}{x+1}$ ، قيمتا العددين a و b بحيث يكون المماس لمنحناها في النقطة $A(0;2)$ موازيا لحامل محور الفواصل هما :

أ $a=1$ و $b=2$ **ب)** $a=2$ و $b=1$ **ج)** $a=1$ و $b=1$

2) ليكن $I=\int_1^2 \frac{6x^2+4x}{x^3+x^2-1}dx$ ، قيمة I هي **أ)** $I=2\ln 11$ **ب)** $I=\frac{-1}{11}$ **أ)** $I=\frac{1}{2}\ln 11$

3) (u_n) المتتالية العددية المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي ، $u_n=\int_1^2 x^n e^{-x}dx$

المتتالية (u_n): **أ)** متزايدة **ب)** متناقصة **ج)** غير رتيبة

4) (u_n) متتالية حسابية معرفة بحدها الأول $u_0=3$ وأساسها $r=2$ ، المجموع $S_n=u_0+u_3+u_6+....+u_{3n}$

يساوي : **أ)** $S_n=\frac{n+1}{3}(6+6n)$ **ب)** $S_n=\frac{3n+1}{2}(6+6n)$ **ج)** $S_n=(n+1)(3+3n)$

التمرين الرابع :(7 نقاط)

I) نعتبرالدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2-2\ln x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g

2) أحسب $g(1)$ ، و أستنتج أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$: $g(x)\succ 0$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$: $f(x)=1-x-\frac{2}{x}(1+\ln x)$

وليكن (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.

1) أحسب $\lim_{x\xrightarrow{\succ}0} f(x)$ ، $\lim_{x\to+\infty} f(x)$

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد x من $]0;+\infty[$: $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$

ب) أستنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها .

3) أ) بين أن المستقيم (Δ) المعرف بالمعادلة $y=1-x$ مقارب مائلا للمنحنى (C_f).

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى المستقيم (Δ).

4) بين أن المستقيم (T) ذو المعادلة $y=-x-1$ مماس للمنحنى (C_f) عند نقطة يطلب تعيينها.

5) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0{,}41\prec\alpha\prec 0.42$

6) أ)أنشئ (Δ) ، (T) و (C_f).

ب)ناقش بيانيا وحسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد حلول المعادلة $f(x)=-x+m$

7) أحسب التكامل $S=-\int_\alpha^1 f(x)dx$ وفسر بيانيا النتيجة

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول:(4 نقط)

أجب بصح أو خطأ على كل اقتراح من الاقتراحات التالية مع التعليل .

1) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي : $g(x)=x^2+\ln x$

المعادلة $g(x)=1$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0;+\infty[$

2) $\lim\limits_{x \overset{>}{\longrightarrow} 0} \dfrac{x+e^{1+2\ln x}}{x}=e$

3) القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[1;4]$ حيث $f(x)=x^3+\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ هي: $m=2\sqrt{5}+3$

4) (u_n) متتالية عددية معرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي $u_n=\displaystyle\int_{e^n}^{e^{n+1}}\frac{2}{x}\ln x dx$

(u_n) متتالية حسابية أساسها $r=2$

التمرين الثاني: (4 نقاط)

يحتوي كيس على 9 كرات (لا نفرق بينها باللمس) ، ثلاثة بيضاء مرقمة 1،1، 2 و أربعة كرات حمراء مرقمة 1،1، 2 ، 3 و اثنان خضراء مرقمة 2 ، 3 .

1) نسحب من الكيس عشوائيا ثلاث كرات في أن واحد .

لتكن الحوادث التالية: A " الكرات الثلاثة المسحوبة من نفس اللون "

B " الكرات الثلاثة المسحوبة مختلفة اللون مثنى مثنى" ، C "الكرات الثلاثة المسحوبة تحمل نفس الرقم "

أ) احسب احتمال الحادثة A واحتمال الحادثة B

ب) بين أن $P(B\cap C)=\dfrac{1}{84}$

ج) أستنتج احتمال الحادثة " الكرات الثلاثة المسحوبة مختلفة اللون مثنى مثنى أو تحمل نفس الرقم "

2) نسحب من نفس الكيس كرتين على التوالي وبدون إرجاع . نفرض أنه عند سحب كرة تحمل رقما زوجيا نخسر (10) نقاط وعند سحب كرة تحمل رقما فرديا نربح (5) نقاط .

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع النقاط المحصل عليها.

أ) برر أن مجموعة قيم المتغير العشوائي X هي $X\in\{-20;+10;-5\}$

ب) عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X .

ج) عين الأمل الرياضي للمتغير X . ماذا تستنتج ؟

التمرين الثالث: (5 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n ، $u_{n+1}=\dfrac{3}{4}u_n+2$

1) **أ)** أرسم في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ المستقيم(Δ) ذو المعادلة $y=x$

والمستقيم (d)الممثل للدالة f المعرفة على IR كما يلي : $f(x)=\dfrac{3}{4}x+2$ ،

ب) باستعمال (d)و(Δ) مثل دون حساب على حامل محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 وu_3

ثم ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) وتقاربها .

2) أ) برهن بالتراجع أن: من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n \prec 8$

ب) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة تماما ثم استنتج أنها متقاربة .

3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة على مجموعة الأعداد الطبيعية كما يلي $v_n = \ln(8-u_n)$

أ) بين أن(v_n) متتالية حسابية أساسها $\ln\frac{3}{4}$ يطلب تحديد حدها الأول .

ب) أكتب v_n بدلالة n واستنتج أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n = 8-7\left(\frac{3}{4}\right)^n$

ج) أكتب بدلالة n الجداء : $P_n = \frac{1}{8-u_0} \times \frac{1}{8-u_1} \times ..... \times \frac{1}{8-u_n}$

التمرين الرابع: (7 نقاط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على مجموعة الأعداد الحقيقية $\mathbb{R}$ كما يلي : $f(x) = x + \frac{e^x - 1}{e^x + 1}$

وليكن (C_f)تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد والمتجانس $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$.(الوحدة : $2cm$)

1) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي ، $f(x)+f(-x)=0$ ، فسر بيانيا النتيجة

2) أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ ، و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$

3) أ) بين أن المستقيم(Δ) ذو المعادلة $y = x+1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f)بجوار $+\infty$

ثم استنتج أن المستقيم (Δ')ذو المعادلة $y = x-1$ مقارب مائل للمنحنى(C_f) بجوار $-\infty$.

ب) أدرس وضعية المنحنى (C_f)بالنسبة إلى كل من المستقيمين (Δ)و(Δ').

4) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x : $f'(x) = 1 + \frac{2e^x}{(1+e^x)^2}$

ب)استنتج اتجاه تغير الدالة f و شكل جدول تغيراتها .

ج) بين أن المنحنى(C_f) يقبل نقطة انعطاف هي مبدأ المعلم

5) أنشئ كلا من (Δ)،(Δ') والمنحنى(C_f).

6) أ) بين أن الدالة$H: x \mapsto x - \ln(e^x+1)$ هي دالة أصلية للدالة $h: x \mapsto \frac{1}{e^x+1}$ على IR

ب) أحسب مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى(C_f) والمستقيم (Δ) و المستقيمين ذو المعادلتين

$x=0$ و $x=\ln 2$

7) g الدالة المعرفة على IR كما يلي : $g(x) = -x + \frac{1-e^x}{1+e^x}$

أ) بين أنه من أجل كل x من IR فإن $g(x) = f(-x)$

ب) استنتج طريقة لرسم (C_g)اعتمادا على(C_f) دون رسمه.

انتهى الموضوع الثاني