الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

ثانوية:عمر المختار عين قشرة

امتحان بكالوريا تجريبي للتعليم الثانوي

الشعبة : رياضي و تقني رياضي

دورة : ماي 2018

اختبار في مادة: الرياضيات

المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين التاليين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقـاط)

يحتوي وعاء على n كرة بيضاء (n عدد طبيعي)و 5 كرات حمراء و 3 كرات خضراء. نسحب منه كرتين عشوائيا كرتين في آن واحد.

1)ما هو احتمال الحصول على كرتين بيضاوين.

2) نرمز بالرمز $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كرتين من نفس اللون.

أ) أثبت أن: $P(n) = \frac{(n^2-n+26)}{(n+8)(n+7)}$.

ب) احسب $\lim_{n\to+\infty} P(n)$، فسر النتيجة .

نعتبر أن $n = 4$.

1) احسب $P(4)$.

2)نسمي سحبا كل سحب عشوائي لكرتين في آن واحد من الوعاء.

يقوم لاعب بإنجاز سحبين مستقلين عن بعضهما بحيث يعيد إلى الوعاء الكرتين المسحوبتين في السحب الأول مقابل إجراء هذين السحبين يدفع اللاعب مقدما مبلغا قدره 30 دينارا، ومن أجل كل سحب يتحصل على 40 دينارا إن كانت الكرتان من نفس اللون، و يتحصل على 5 دينار إن كانتا من لونين مختلفين.

نسمي ربحا الفارق بين مجموع ما يتحصل عليه اللاعب من السحبين والمبلغ الذي دفعه مقدما (يمكن أن يكون الربح سالبا أو موجبا). نعرف المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحبين مستقلين ربح هذا اللاعب.

أ)ما هي القيم الممكنة للمتغير X.

ب)عين قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X.

ج) احسب الأمل الرياضي للمتغير X.

التمرين الثاني: (04 نقـاط)

A_0 و B_0 نقطتان من المستوي حيث: $A_0B_0 = 8$ (الوحدة هي السنتيمتر) ، ليكن S التشابه المباشر الذي مركزه النقطة A_0 ونسبته $\frac{1}{2}$ وزاويته $\frac{3\pi}{4}$.

نعرف متتالية النقط (B_n) كمايلي : $B_{n+1} = S(B_n)$ ، من أجل كل عدد طبيعي n .

1) أنشئ النقط B_1 ، B_2 ، B_3 و B_4.

2) أثبت أنه من أجل كل عدد طبيعي n المثلثان: $A_0B_nB_{n+1}$ و $A_0B_{n+1}B_{n+2}$ متشابهان.

3) نعرف متتالية (u_n) بـ: $u_n = B_nB_{n+1}$ من أجل كل عدد طبيعي n.

أ*/ أثبت أن (u_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$.

ب*/ أكتب عبارة u_n بـدلالة n.

ج*/ نضع المجموع: $\delta_n = u_0 + u_1 + u_2 + ... + u_n$، أحسب δ_n بدلالة n ثم أوجد $\lim\limits_{n \to +\infty} \delta_n$

4) أ*/ حل في $Z*Z$ المعادلة: $3x - 4y = 2$

ب*/ ليكن (Δ) المستقيم العمودي على المستقيم (A_0B_0) في النقطة A_0.

*جد قيم العدد الطبيعي n التي من اجلهاتكون النقطة B_n تنتمي إلى المستقيم (Δ).

التمرين الثالث:(05 نقــاط)

1) نعتبر في مجموعة الأعداد المركبة $\mathbb{C}$ المعادلة ذات المجهول z:

$\overline{z}^3 - 3\overline{z}^2 + 3\overline{z} + 7 = 0$ ...(E)، $\overline{z}$ هو مرافق العدد المركب z.

أ*/بين أن المعادلة (E) تكافئ المعادلة: $(\overline{z}+1)(\overline{z}^2 - 4\overline{z} + 7) = 0$.

ب*/ حـل في $\mathbb{C}$ المعادلة (E).

2) في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد ومتجانس $(o;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط C, B, A و D لواحقها على الترتيب: $z_A = -1$، $z_B = 2 + i\sqrt{3}$، $z_C = \overline{z_B}$، $z_D = 3$.

أ*/ عين قيم العدد الطبيعي n حتى يكون $(z_B - z_A)^n$ عددا حقيقيا سـالبا.

ب*/ عين طبيعة المثلث ABC.

3) أ*/أكتب العدد $\frac{z_A - z_C}{z_D - z_C}$ على الشكل الأسي،ثم استنتج أن النقطة A صورة D بتحويل نقطي يطلب تعيينه.

ب*/ أوجد مركز ونصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ACD.

4) (Γ) مجموعة النقط M من المستوي لاحقتها z تحقق: $z + 1 = 2\sqrt{3}k.e^{i\frac{\pi}{6}}$ حيث k يمسح المجال $[0;+\infty[$

*/عين قيسا للزاوية الموجهة $(\vec{u};\overrightarrow{AB})$، ثم استنتج مجموعة النقط (Γ).

5) أ*/ عين قيمة العدد الحقيقي α بحيث يكون: $-\overrightarrow{CA} + 2\overrightarrow{CB} + \alpha\overrightarrow{CD} = \vec{0}$.

ب*/ عين (E) مجموعة النقط M من المستوي حيث: $\left\|-\overrightarrow{AM} + 2\overrightarrow{BM} - 3\overrightarrow{DM}\right\| \le 2\left\|\overrightarrow{BM} - \overrightarrow{CM}\right\|$

جـ*/ استنتج مجموعة نقط تقاطع (E) و (Γ).

التمرين الرابع:(07نقــاط)

1) g الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2e^x$

أ*/ أدرس اتجاه تغير الدالة g على المجال $]0;+\infty[$.

ب*/ استنتج أنه : إذا كان $1 \succ x \succ 0$ فإن $g(x) \prec g\left(\frac{1}{x}\right)$ و إذا كان $x \succ 1$ فإن $g(x) \succ g\left(\frac{1}{x}\right)$

2) نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي :

$$f(x)=\left(x^2-2x+2\right)e^x+e^{\frac{1}{x}}-3e$$

(C_f) تمثيلها البيـاني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد متجانس $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$.

h دالـة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $h(x)=e^{\frac{1}{x}}-3e$. (C_h) تمثيلها البياني (**أنظر الملحق**)

أ*/ أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$.

ب*/ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $f'(x)=g(x)-g\left(\frac{1}{x}\right)$ ، ثم احسب $f'(1)$.

ج*/ شكل جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0;+\infty[$.

3) أ*/ بين أن المعادلة: $\left(x^2-2x+2\right)e^x=-h(x)$ تقبل حلين α و β حيـث: $1.5 \prec \beta \prec 1.6$

و $0.5 \prec \alpha \prec 0.6$ ، ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين .

ب*/ أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمنحنى (C_h).

ج*/ بين ان المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) في النقطة التي فاصلتها 1 يطلب كتابة معادلته .

4) أ*/ أرسم (T) و (C_f). **(الملحـــق يعـــاد مع ورقة الإجابـــة)**

ب*/ m عدد حقيقي موجب تماما، أوجد قيمة m حتى تقبل المعادلة (E) حلين متمايزين:

$$(E)...f(x)=\left(m^2-2m+2\right)e^m+h(m)$$

5) أ*/ بين أنه من أجل كل x من المجال $]0;+\infty[$: $\int_1^x\left[f(t)-h(t)\right]dt=\left(x^2-4x+6\right)e^x-3e$

ب*/ ليكن العدد λ من المجـال $]0;1[$ ،

$A(\lambda)$ مســاحة الحيز المستوي المحـدد بالمنحنيين (C_h) و (C_f) و المستقيمين اللذين معادلتاهما :

$x=\lambda$ و $x=1$.

*استنتـــج $A(\lambda)$ (مقدرة بوحدة المساحة)، ثم احسـب $\lim\limits_{\lambda\to 0} A(\lambda)$.

انتهى الموضوع الأول