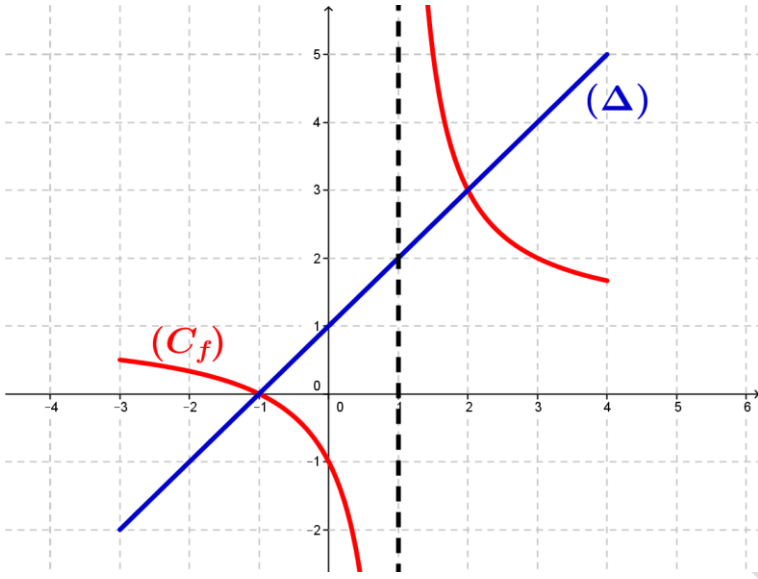


امتحان الفصل الثاني في مادة الرياضيات

التمرين الأول (10 نقاط):



(I) المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على مجموعة

$$D_f = [-3; 1[\cup]1; 4]$$

والأعداد الحقيقية: والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$.

(1) عين صورة لكل من العددين -1 و 3 بالدالة f .

(2) عين سابقة العدد 2 بالدالة f .

(3) شكل جدول تغيرات الدالة f .

(4) حل في المجموعة $[-3; 1[\cup]1; 4]$ المعادلة $f(x) = x + 1$.

(5) حدد إشارة $\frac{f(x)}{x+1}$ على المجموعة $[-3; -1[\cup]-1; 1[$.

(II) تعطي عبارة الدالة f المعرفة سابقا على $D_f = [-3; 1[\cup]1; 4]$ بـ: $f(x) = \frac{x+a}{x-1}$ ، حيث a عدد حقيقي.

(1) عين بيانيا $f(0)$ ثم استنتج قيمة a .

(2) نضع فيما يأتي: $a = 1$.

• بين من أجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) = 1 + \frac{2}{x-1}$.

• ادرس اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-3; 1[$ والمجال $]1; 4]$.

• عين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

• بين من أجل كل عدد حقيقي x من $[-3; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; 4]$: $\frac{f(x)}{x+1} = \frac{1}{x-1}$ ثم استنتج إشارة $\frac{f(x)}{x+1}$ على $[-3; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; 4]$.

التمرين الثاني (10 نقاط):

(I) مثلث ABC مثلث كفي.

1. أنشئ النقطة K حيث $\overline{BK} = \frac{2}{3}\overline{BC}$ ثم بين أن $\overline{AK} = \frac{1}{3}\overline{AB} + \frac{2}{3}\overline{AC}$.

2. أنشئ النقطة N حيث $\overline{AN} = \overline{AB} + 2\overline{AC}$.

3. استنتج أن النقط A ، K و N في استقامة.

(II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$ نعتبر النقط A ، B ، C حيث $\overline{OA} = \vec{i} + 2\vec{j}$ و $\overline{AB} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ و $C(2; 3)$.

1. عين إحداثيي النقطة A ثم استنتج أن إحداثيي النقطة B هي $B(1; 3)$.

2. جد إحداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

3. احسب إحداثيي النقطة N بحيث $\overline{AN} = \overline{AB} + 2\overline{AC}$.

4. K نقطة فاصلتها $\frac{5}{3}$ عين ترتيبه النقطة K بحيث النقط A ، K و N في استقامة.

5. أكتب معادلة للمستقيم (AC) ثم استنتج معادلة للمستقيم (Δ) الذي يشمل النقطة B و يوازي (AC) .

(I) المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

في الشكل المقابل (C_f) هو التمثيل البياني للدالة f المعرفة على مجموعة الأعداد

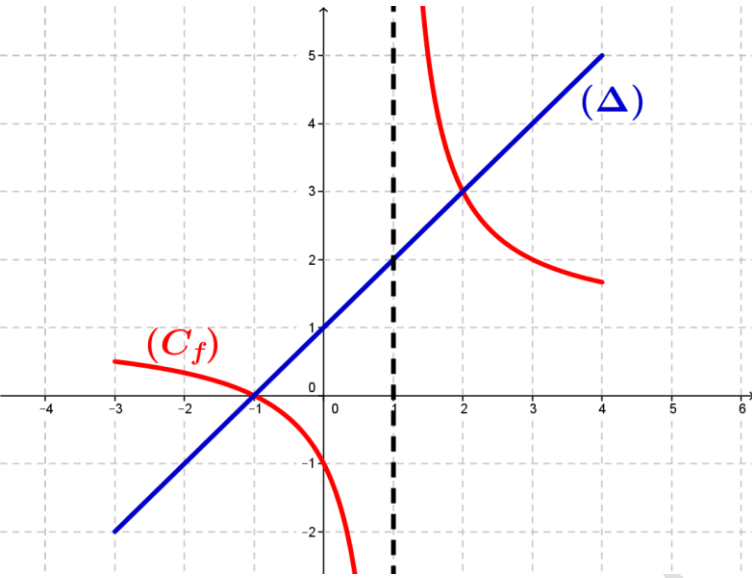
الحقيقية: $D_f = [-3; 1[\cup]1; 4]$

والمستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x + 1$.

(1) تعيين صور العددين -1 و 3 بالدالة f . $f(-1) = 0$ و $f(3) = 2$

(2) تعيين سابقة العدد 2 بالدالة f : هي $x = 3$

(3) تشكيل جدول تغيرات الدالة f .



x	-3	-1	1
$f(x)$	+	-	
$x+1$	-	+	
$\frac{f(x)}{x+1}$	-	-	

x	-3	1	4
$f(x)$			

(4) حل في المجموعة $[-3; 1[\cup]1; 4]$ المعادلة $f(x) = x + 1$: معناه تعيين

فواصل نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) أي $S = \{-1; 2\}$

(5) حدد إشارة $\frac{f(x)}{x+1}$ على المجموعة $[-3; -1[\cup]-1; 1[$: من التمثيل البياني:

(II) تعطي عبارة الدالة f المعرفة سابقا على $D_f = [-3; 1[\cup]1; 4]$: $f(x) = \frac{x+a}{x-1}$ ، حيث a عدد حقيقي .

(1) عين بيانيا $f(0)$ ثم استنتج قيمة a .

من التمثيل البياني $f(0) = -1$ ومن جهة $f(0) = \frac{0+a}{0-1} = \frac{a}{-1}$ وبما أن $f(0) = -1$ أي $\frac{a}{-1} = -1$ ومنه $a = 1$.

(2) نضع فيما يأتي : $a = 1$.

• تبين أنه من اجل كل عدد حقيقي x من D_f : $f(x) = 1 + \frac{2}{x-1}$: $f(x) = 1 + \frac{2}{x-1} = \frac{x-1}{x-1} + \frac{2}{x-1} = \frac{x-1+2}{x-1} = \frac{x+1}{x-1}$

• دراسة اتجاه تغير الدالة f على المجال $[-3; 1[$ و $]1; 4]$.

أ. على المجال $[-3; 1[$:

ليكن x_1 و x_2 من المجال $[-3; 1[$ حيث $-3 \leq x_2 < x_1 < 1$ بإضافة العدد -1 نجد $-4 \leq x_2 - 1 < x_1 - 1 < 0$ يكافئ $\frac{1}{x_2 - 1} > \frac{1}{x_1 - 1}$

بالضرب في العدد 2 نجد $\frac{2}{x_2 - 1} > \frac{2}{x_1 - 1}$ بإضافة العدد 1 نجد $1 + \frac{2}{x_2 - 1} > 1 + \frac{2}{x_1 - 1}$ ومنه $f(x_1) > f(x_2)$ وعليه الدالة f متناقصة تماما على

المجال $[-3; 1[$.

ب. على المجال $]1; 4]$:

ليكن x_1 و x_2 من المجال $]1; 4]$ حيث $1 < x_2 < x_1 \leq 4$ بإضافة العدد -1 نجد $0 < x_2 - 1 < x_1 - 1 \leq 5$ يكافئ $\frac{1}{x_2 - 1} > \frac{1}{x_1 - 1}$ بالضرب في

العدد 2 نجد $\frac{2}{x_2 - 1} > \frac{2}{x_1 - 1}$ بإضافة العدد 1 نجد $1 + \frac{2}{x_2 - 1} > 1 + \frac{2}{x_1 - 1}$ ومنه $f(x_1) > f(x_2)$ وعليه الدالة f متناقصة تماما على المجال

$]1; 4]$.

• تعين نقط تقاطع (C_f) مع محوري الإحداثيات.

أ. مع حامل محور الفواصل: نحل المعادلة $f(x) = 0$

$f(x) = 0$ معناه $\frac{x+1}{x-1} = 0$ معناه $x+1=0$ معناه $x=-1$ وعليه احدائبي نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الفواصل هي $A(-1;0)$.

ب. مع حامل محور الترتيب: نحسب $f(0)$

$f(0) = \frac{0+1}{0-1} = -1$ وعليه احدائبي نقطة تقاطع (C_f) مع حامل محور الترتيب هي $B(0;-1)$.

• تبين من اجل كل عدد حقيقي x من $[-3; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; 4]$: $\frac{f(x)}{x+1} = \frac{1}{x-1}$

$$\frac{f(x)}{x+1} = \frac{x+1}{x-1} = \frac{x+1}{(x-1)(x+1)} = \frac{1}{x-1}$$

استنتاج إشارة $\frac{f(x)}{x+1}$ على $[-3; -1[\cup]-1; 1[\cup]1; 4]$ لدينا $\frac{f(x)}{x+1} = \frac{1}{x-1}$

x	-3	-1	1	4
1	+	+	+	+
$x-1$	-	-	-	+
$\frac{f(x)}{x+1}$	-	-	-	+

التمرين الثاني: (10 نقاط)

(I) مثلث ABC مثلث كفي .

1. إنشاء النقطة K حيث $\overrightarrow{BK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$.

• بين أن $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$

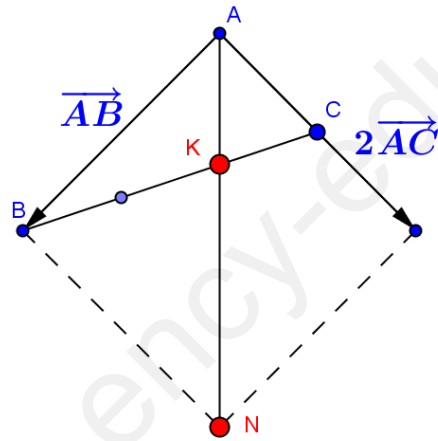
لدينا $\overrightarrow{BK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BC}$ باستعمال علاقة شال نجد $\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC})$ معناه

$$\overrightarrow{AK} = \frac{2}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} - \overrightarrow{BA}$$

معناه $\overrightarrow{AK} = \frac{-1}{3}\overrightarrow{BA} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ معناه $\overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}$ و- ه- م

2. إنشاء النقطة N حيث $\overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$.

3. استنتاج أن النقط A ، K و N في استقامة.



$$3\overrightarrow{AK} = 3\left(\frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC}\right) = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} \quad \text{بضرب العلاقة (I) في العدد 3 نجد}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \overrightarrow{AK} = \frac{1}{3}\overrightarrow{AB} + \frac{2}{3}\overrightarrow{AC} \quad \dots\dots\dots (I) \\ \overrightarrow{AN} = \overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC} \quad \dots\dots\dots (2) \end{array} \right. \quad \text{لدينا}$$

وعليه $3\overrightarrow{AK} = \overrightarrow{AN}$ ومنه الشعاعان \overrightarrow{AK} و \overrightarrow{AN} مرتبطان خطيا ومنه المستقيمان (AK) و (AN) متوازيان ولهما نقطة مشتركة إذن المستقيمان (AK) و (AN) منطبقان وعليه النقط A ، K و N في استقامة.

(II) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}; \vec{j})$ نعتبر النقط A, B, C حيث $\vec{OA} = \vec{i} + 2\vec{j}$ ، $\vec{AB} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ و $C(2;3)$

1. تعين إحداثيي النقطة A ثم استنتج أن إحداثيي النقطة B هي $B(1;3)$.

لدينا $\vec{OA} = \vec{i} + 2\vec{j}$ ومنه $\vec{OA} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$ ومن جهة لدينا $\vec{OA} \begin{pmatrix} x_A - x_O \\ y_A - y_O \end{pmatrix}$ أي $\vec{OA} \begin{pmatrix} x_A \\ y_A \end{pmatrix}$ بالمطابقة نجد $x_A = 1$ و $y_A = 2$ ومنه $A(1;2)$

وكذلك لدينا $\vec{AB} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ ومن جهة لدينا $\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$. ومنه $\vec{AB} \begin{pmatrix} x_B - 1 \\ y_B - 2 \end{pmatrix}$ بالمطابقة نجد $x_B - 1 = 0$ و $y_B - 2 = 1$ وعليه

$x_B = 1$ و $y_B = 3$ إذن $B(1;3)$

2. إيجاد إحداثيي النقطة D بحيث يكون الرباعي $ABCD$ متوازي أضلاع.

$ABCD$ متوازي أضلاع معناه $\vec{AB} = \vec{DC}$ ولدينا $\vec{AB} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ و $\vec{DC} \begin{pmatrix} x_C - x_D \\ y_C - y_D \end{pmatrix}$ أي $\vec{DC} \begin{pmatrix} 2 - x_D \\ 3 - y_D \end{pmatrix}$ وبما أن

$$\vec{AB} = \vec{DC} \text{ أي } \begin{cases} 2 - x_D = 0 \\ 3 - y_D = 1 \end{cases} \text{ ومنه } x_D = 2 \text{ و } y_D = 2 \text{ وعليه } D(2;2)$$

3. حساب إحداثيي النقطة N بحيث $\vec{AN} = \vec{AB} + 2\vec{AC}$

لدينا $\vec{AB} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ و $\vec{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ أي $2\vec{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$ إذن $\vec{AB} + 2\vec{AC} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ ومن جهة $\vec{AN} \begin{pmatrix} x_N - 1 \\ y_N - 2 \end{pmatrix}$ أي $\vec{AN} \begin{pmatrix} x_N - 1 \\ y_N - 2 \end{pmatrix}$ ومنه $x_N = 3$ و

$y_N = 5$ وعليه $N(3;5)$

4. K نقطة فاصلتها $\frac{5}{3}$ عين ترتيبه النقطة K بحيث النقط A, K, N في استقامة.

النقط A, K, N في استقامة معناه الشعاعان $\vec{AN} \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ و $\vec{AK} \begin{pmatrix} \frac{2}{3} \\ y_K - 2 \end{pmatrix}$ مرتبطان خطيا أي $(y_K - 2) - (2)(\frac{2}{3}) = 0$ معناه

$$y_K - 2 = 2 \cdot \frac{2}{3} \Rightarrow y_K = 2 + \frac{4}{3} = \frac{10}{3}$$

5. كتابة معادلة للمستقيم (AC)

شعاع توجيه للمستقيم (AC) وتكن $M(x; y)$ نقطة من المستقيم (AC)

أي الشعاعان $\vec{AM} \begin{pmatrix} x - 1 \\ y - 2 \end{pmatrix}$ و $\vec{AC} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ مرتبطين خطيا أي

$$(y - 2) - (1)(x - 1) = 0 \text{ معناه } (AC): x - y + 1 = 0$$

6. ثم استنتج معادلة للمستقيم (A) الذي يشمل النقطة B ويوازي (AC) .

بما أن $(A) \parallel (AC)$ أي $(A): x - y + c = 0$ وبما أن $B(1;3) \in (A)$ أي إحداثيات النقطة B تحقق معادلة المستقيم (A) أي $1 - 3 + c = 0$

$$c = 2 \text{ ومنه } (A): x - y + 2 = 0$$

..... انتهى