

التمرين الأول :

$$f \text{ دالة معرفة على } \mathbb{R} - \{-1\} \text{ ب : } f(x) = \frac{-2x-1}{x+1}$$

(C_f) تمثيلها البياني في مستوي منسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

$$(1) \text{ برهن أنه من أجل كل عدد حقيقي } x \neq -1 : f(x) = -2 + \frac{1}{x+1}$$

(2) عين اتجاه تغير الدالة f على المجالين $]-1; +\infty[$ و $]-\infty; -1[$.

(3) شكل جدول تغيراتها .

(4) بين أن النقطتين $A(0; -1)$ و $B\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$.

(5) بين كيف يمكننا إنشاء (C_f) انطلاقا من (P) منحنى دالة مرجعية يطلب تعيينها ثم أنشئ (C_f) مع الشرح .

التمرين الثاني :

لتكن العبارة الجبرية $P(x)$ ذات المتغير الحقيقي x المعرفة ب : $P(x) = 2x^2 - 3x - 5$

(1) اكتب $P(x)$ على الشكل النموذجي .

(2) حل في \mathbb{R} المعادلة $P(x) = 0$ ثم استنتج تحليلا $P(x)$.

(3) نعتبر العبارة الجبرية $E(x)$ بحيث : $E(x) = \frac{P(x)}{x+2}$

(أ) عين القيم الممنوعة للعبارة $E(x)$ ثم استنتج مجموعة تعريفها .

(ب) ادرس إشارة العبارة $E(x)$.

(ج) استنتج حلول المتراجحة $E(x) \leq 0$.

التمرين الثالث :

(1) علم على الدائرة المثلثية (C) النقط M_1 ، M_2 و M_3 صور الأعداد الحقيقية x_1 ، x_2 و x_3 على

$$\text{الترتيب : } x_1 = 2021\pi \quad , \quad x_2 = -\frac{133\pi}{6} \quad , \quad x_3 = \frac{91\pi}{3} \quad (\text{مع الشرح}) .$$

(2) احسب القيم المضبوطة لجيب و جيب تمام الأعداد السابقة .

(3) لتكن العبارة $A(x)$ المعرفة كمايلي :

$$A(x) = \cos\left(-\frac{133\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{91\pi}{3}\right) + \sqrt{2} \sin(2022\pi) - \cos(x + 2021\pi)$$

(f) اثبت أن : $A(x) = \cos(x)$.

$$\text{ب) حل في المجال } \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right] \text{ المعادلة التالية : } \sqrt{2}A(x) = 1 .$$

" انتهى "

"إذا آمنت بنفسك فلن يستطيع أحد إيقافك"

أساتذة المادة يتمنون لكم كل التوفيق و النجاح

عطلة سعيدة

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$			

(4) إثبات أن $A(0; -1) \in (C_f)$ و $B\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ تنتمي إلى (C_f) :

$$f(0) = -1 \text{ معناه } A(0; -1) \in (C_f)$$

يكفي إثبات أن $f(0) = -1$:

$$f(0) = \frac{-2(0) - 1}{0 + 1} = \frac{0 - 1}{1} = \frac{-1}{1} = \boxed{-1} \text{ لدينا:}$$

إذن النقطة $A(0; -1)$ تنتمي للمنحنى (C_f) .

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0 \text{ معناه } B\left(-\frac{1}{2}; 0\right) \in (C_f)$$

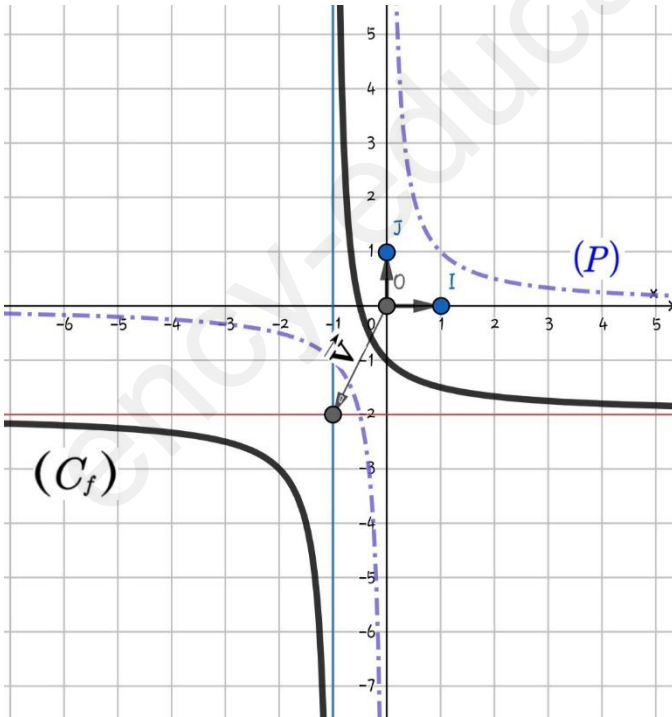
يكفي إثبات أن $f\left(-\frac{1}{2}\right) = 0$:

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{-2\left(-\frac{1}{2}\right) - 1}{\left(-\frac{1}{2}\right) + 1} = \frac{2 - 1}{\frac{1}{2}} = \frac{1 - 1}{\frac{1}{2}} = \frac{0}{\frac{1}{2}} = \boxed{0} \text{ لدينا:}$$

إذن النقطة $B\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$ تنتمي للمنحنى (C_f) .

(5) المنحنى (C_f) هو صورة (P) منحنى الدالة "مقلوب"

$$\vec{V}\begin{pmatrix} -1 \\ -2 \end{pmatrix} \text{ بالإنسحاب الذي شعاعه}$$



الشرح: يُترك للتلميذ

ثانوية المصالحاة الوطنية - بني تامو - البلديّة

تصحيح الإختبار الثلاثي الأخير في الرياضيات:

التمرين الأول:

(1) لدينا من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \neq -1$:

$$\begin{aligned} -2 + \frac{1}{x+1} &= \frac{-2(x+1)}{x+1} + \frac{1}{x+1} \\ &= \frac{-2(x+1) + 1}{x+1} \\ &= \frac{-2x - 2 + 1}{x+1} \\ &= \frac{-2x - 1}{x+1} \\ &= f(x) \end{aligned}$$

إذن من أجل كل عدد حقيقي x حيث $x \neq -1$:

$$f(x) = -2 + \frac{1}{x+1}$$

(2) إتجاه تغير الدالة f :

أولاً- على المجال $]-1; +\infty[$

نفرض x_1 و x_2 من المجال $]-1; +\infty[$

حيث: $-1 < x_1 < x_2$

بإضافة 1 لكل طرف نجد: $0 < x_1 + 1 < x_2 + 1$

بقلب كل طرف نجد: $\frac{1}{x_1 + 1} > \frac{1}{x_2 + 1} > 0$

بإضافة -2 نجد: $-2 + \frac{1}{x_1 + 1} > -2 + \frac{1}{x_2 + 1}$

وبالتالي: $f(x_1) > f(x_2)$

إذن: f متناقصة تماماً على المجال $]-1; +\infty[$.

ثانياً- على المجال $]-\infty; -1[$

نفرض x_1 و x_2 من المجال $]-\infty; -1[$

حيث: $x_1 < x_2 < -1$

بإضافة 1 لكل طرف نجد: $x_1 + 1 < x_2 + 1 < 0$

بقلب كل طرف نجد: $\frac{1}{x_1 + 1} > \frac{1}{x_2 + 1}$

بإضافة -2 نجد: $-2 + \frac{1}{x_1 + 1} > -2 + \frac{1}{x_2 + 1}$

وبالتالي: $f(x_1) > f(x_2)$

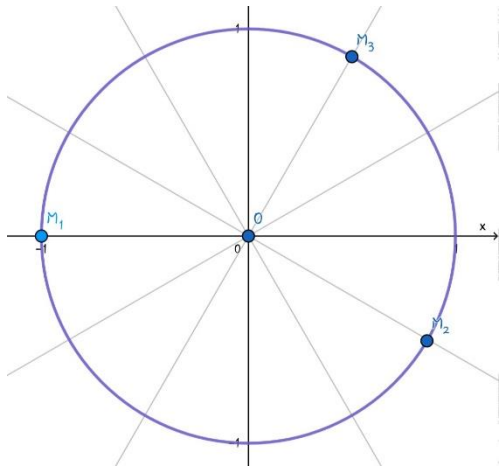
إذن: f متناقصة تماماً على المجال $]-\infty; -1[$

النتيجة:

الدالة f متناقصة تماماً على كل مجال من المجالين

$]-1; +\infty[$ و $]-\infty; -1[$.

(3) جدول تغيرات الدالة f :



(2) حساب جيب وجيب تمام الأعداد السابقة:

$$\cos(x_1) = \cos(2021\pi) = \cos(\pi) = -1$$

$$\sin(x_1) = \sin(2021\pi) = \sin(\pi) = 0$$

$$\cos(x_2) = \cos\left(\frac{-133\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{-\pi}{6}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin(x_2) = \sin\left(\frac{-133\pi}{6}\right) = \sin\left(\frac{-\pi}{6}\right) = -\sin\left(\frac{\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$$

$$\cos(x_3) = \cos\left(\frac{91\pi}{3}\right) = \cos\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\sin(x_3) = \sin\left(\frac{91\pi}{3}\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

(3) أ- إثبات أن $A(x) = \cos(x)$

$$A(x) = \cos\left(\frac{-133\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{91\pi}{3}\right) + \sqrt{2} \sin(2022\pi) - \cos(x + 2021\pi)$$

$$A(x) = \cos\left(\frac{-\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{2} \sin(0) - \cos(x + \pi)$$

$$A(x) = \cos\left(\frac{\pi}{6}\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3}\right) + \sqrt{2} \sin(0) + \cos(x)$$

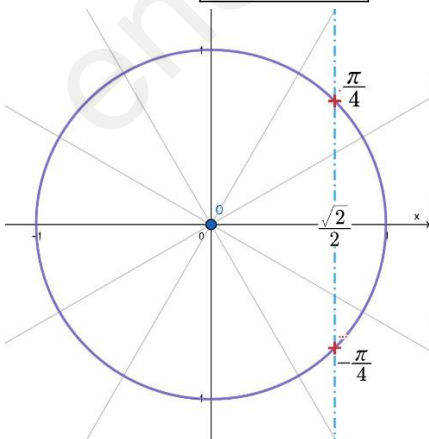
$$A(x) = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2}(0) + \cos(x)$$

$$A(x) = \cos(x)$$

ب- حل في $[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}]$ المعادلة $\sqrt{2}A(x) = 1$ لدينا:

$$\sqrt{2}A(x) = 1 \quad \text{تكافئ:} \quad A(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad \text{تكافئ:} \quad A(x) = \frac{1 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}$$

$$\text{تكافئ:} \quad A(x) = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad \text{تكافئ:} \quad \cos(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$S = \left\{ \frac{-\pi}{4}; \frac{\pi}{4} \right\}$$

أساتذة المادة يتمنون لكم كل التوفيق

التمرين الثاني: لدينا: $P(x) = 2x^2 - 3x - 5$

(1) كتابة العبارة $P(x)$ على الشكل النموذجي:

$$P(x) = a \left[\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{\Delta}{4a^2} \right] \quad \text{أي من الشكل:}$$

$$\begin{cases} \Delta = b^2 - 4ac \\ \Delta = (-3)^2 - 4(2)(-5) \\ \Delta = 49 \end{cases}, \quad \begin{cases} a = 2 \\ b = -3 \\ c = -5 \end{cases}$$

$$P(x) = 2 \left[\left(x - \frac{3}{4} \right)^2 - \frac{49}{16} \right] \quad \text{بالتعويض نجد:}$$

(2) حل المعادلة $P(x) = 0$ في \mathbb{R} :

لدينا $\Delta = 49 > 0$ ومنه للمعادلة حلان هما:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3-7}{4} = \boxed{-1} \\ x_2 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{3+7}{4} = \boxed{\frac{5}{2}} \end{cases}$$

$$S = \left\{ -1; \frac{5}{2} \right\} \quad \text{إن:}$$

$$E(x) = \frac{P(x)}{x+2} \quad (3)$$

أ- القيم الممنوعة للعبارة $E(x)$: هي قيم x التي تعدم المقام

لإيجاد القيم الممنوعة نحل المعادلة $x+2=0$ نجد $x=-2$.

إذن توجد قيمة الممنوعة وحيدة هي $\boxed{-2}$

- إستنتاج مجموعة تعريف $E(x)$:

$$D_E = \{x \in \mathbb{R} / x+2 \neq 0\}$$

$$D_E = \{x \in \mathbb{R} / x \neq -2\}$$

$$D_E = \mathbb{R} - \{-2\}$$

ب- دراسة إشارة العبارة $E(x)$:

نلخص إشارة العبارة $E(x)$ في جدول الإشارة التالي:

x	$-\infty$	-2	-1	$\frac{5}{2}$	$+\infty$	
$P(x)$	+	+	0	-	0	+
$x+1$	-	0	+	+	+	+
$E(x)$	-	+	0	-	0	+

(ج) من الجدول السابق نستنتج أن حلول المتراجحة $E(x) \leq 0$ هي:

$$S =]-\infty; -2[\cup \left[-1; \frac{5}{2} \right]$$

التمرين الثالث:

(1) تعليم النقط: $x_1 = 2021\pi = 2020\pi + \pi = 1010(2\pi) + \pi$

$$x_2 = \frac{-133\pi}{6} = \frac{-132\pi - \pi}{6} = -22\pi - \frac{\pi}{6} = -11(2\pi) - \frac{\pi}{6}$$

$$x_3 = \frac{91\pi}{3} = \frac{90\pi + \pi}{3} = 30\pi + \frac{\pi}{3} = 15(2\pi) + \frac{\pi}{3}$$