

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول 5 نقاط :

$$u_{n+1} = \frac{2}{3}u_n + 1 \text{ معرفة بدنها الأول } u_0 = 6 \text{ والعلاقة التراجعية: } (u_n)$$

$$(1) \text{ أ - أثبت بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي } n : u_n = 3 \times \left(\frac{2}{3}\right)^n + 3.$$

$$\text{ب- بين أن من أجل كل عدد طبيعي } n : u_{n+1} - u_n = -\left(\frac{2}{3}\right)^n.$$

ج - استنتج اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$

$$(2) (v_n) \text{ متتالية عددية معرفة بدنها الأول } v_0 \text{ والعلاقة: } v_n = u_n - 3$$

أ. اكتب الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$

ب. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية يطلب تعيين حدها الأول وأساسها.

$$(3) \text{ من أجل كل عدد طبيعي } n \text{ نضع: } S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_{2021}, S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{2021}$$

احسب المجموع  $S$  ثم استنتج قيمة  $S'$ .

التمرين الثاني 4 نقاط :

$$\text{الدالة } g \text{ معرفة على المجال } ]2; +\infty[ \text{ و } (C) \text{ تمثيلها البياني حيث: } g(x) = \frac{(x-1)^2}{x-2}$$

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

$$\text{أ. من أجل كل عدد حقيقي } x \text{ من } ]2; +\infty[ : g(x) = x + \frac{1}{x-2}$$

$$\text{ب. المستقيم } (\Delta) \text{ ذا المعادلة } y = \frac{3}{4}x - 1 \text{ مماس لـ } (C) \text{ عن النقطة ذات الفاصلة } 0.$$

$$\text{ج. الدالة } g \text{ متزايدة تماما على المجال } ]2; +\infty[$$

$$\text{د. القيمة المتوسطة للدالة } g \text{ على المجال } [3; 4] \text{ هي } 8 + \ln 2$$

التمرين الثالث 4 نقاط:

لكل سؤال ثلاث إجابات مقترحة اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير:

$$(1) (u_n) \text{ متتالية حسابية معرفة بـ } u_4 = 49 \text{ و } u_6 = 71 \text{، أساس المتتالية هو:}$$

$$r = 7 \text{ (أ) } r = 11 \text{ (ب) } r = 5 \text{ (ج)}$$

$$(2) \text{ حلول المعادلة } e^{2x} - 3e^x = 0 \text{ في } R \text{ هي: (أ) } \{2; \ln e\} \text{ (ب) } \{\ln 3\} \text{ (ج) } \{1; \ln 3\}$$

$$(3) \lim_{x \rightarrow +\infty} (e^x - 2x) \text{ تساوي: (أ) } 0 \text{ (ب) } +\infty \text{ (ج) } -\infty$$

4) الدالة الأصلية للدالة  $f(x) = (1 + 3x)e^{3x} + 2x$  هي:

(أ)  $F(x) = 2xe^{3x} + x^2 + 1$  (ب)  $F(x) = xe^{3x} + x^2 + 1$  (ج)  $F(x) = xe^x + x^2$

التمرين الرابع 7 نقاط:

(I) لتكن  $g$  دالة معرفة على  $]0; +\infty[$  بالشكل:  $g(x) = ax - 2 + 6x \ln x$  و (C) تمثيلها البياني في معلم  $\|\vec{i}\| = 2cm$ ،  $\|\vec{j}\| = 1cm$

1) أ. عين بيانيا قيمة  $g(1)$  واستنتج أن  $a = 3$

ب. حل بيانيا المتراجحة  $g(x) - 1 \geq 0$

2) أحسب نهاية الدالة  $g$  عند حدود مجموعة تعريفها .

3) ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  وشكل جدول تغيراتها.

4) أكتب معادلة المماس (T) لـ (C) في النقطة A ذات الفاصلة 1.

(II) لتكن  $f$  دالة معرفة على  $]0; +\infty[$  بالشكل:  $f(x) = 3x^2 \ln x - 3x$

و (C<sub>f</sub>) تمثيلها البياني في معلم متعامد ومتجانس .

1) أ. بين أن:  $f'(x) = g(x) - 1$

ب. عين دالة أصلية للدالة  $g$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

ج احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحني (C) ومحور الفواصل و

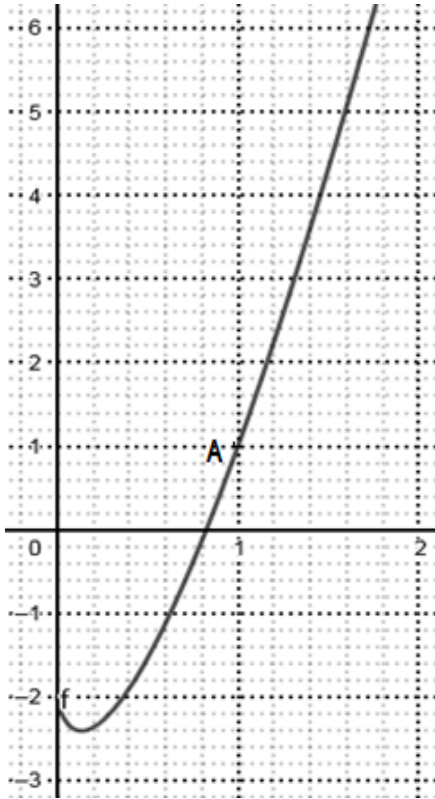
المستقيمين:  $x = 1$  و  $x = 2$  بـ  $cm^2$  .

2) أ. أحسب نهاية الدالة  $f$  عند 0 ثم فسر هندسا هذه النتيجة.

ب. أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

3) أ. عين إشارة  $f'(x)$  ثم أنجز جدول تغيرات الدالة  $f$  .

ب. ارسم (C<sub>f</sub>)



انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

التمرين الأول (5 نقاط):

(1)  $u_n$  متتالية عددية معرفة بعدها الأول  $u_0 = 6$  والعلاقة التراجعية:  $2u_{n+1} = u_n + 4$ .  
أ - احسب  $u_1$  و  $u_2$ .

ب - أثبت بالتراجع أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$ :  $u_n \geq 4$

ج - عين اتجاه تغير المتتالية  $(u_n)$ ، استنتج أنها متقاربة؟

(2)  $v_n$  متتالية عددية معرفة بعدها الأول  $v_0$  والعلاقة:  $v_n = u_n - 4$ .  
أ. بين أن  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$ ، يطلب تعيين حدها الأول.

ب. اكتب الحد العام  $v_n$  بدلالة  $n$  واستنتج  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(3) احسب المجموع:  $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n-1}$  ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} S_n$

التمرين الثاني (4 نقاط)

لكل سؤال ثلاث إجابات مقترحة اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير:

(1)  $u_n$  متتالية عددية معرفة بعدها الأول  $u_0$  والعلاقة  $u_n = \frac{2n}{n+1}$

(أ)  $(u_n)$  متزايدة تماما (ب)  $(u_n)$  متناقصة تماما (ج)  $(u_n)$  غير رتيبة

(2)  $v_n$  متتالية حسابية معرفة بعدها الأول  $v_0 = 3$  وأساسها  $r = 7$  المجموع  $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{288}$  يساوي:  
أ)  $s = 144 \times 101$  (ب)  $s = 144.5 \times 2022$  (ج)  $s = 293190$

(3)  $w_n$  متتالية هندسية معرفة بعدها الأول  $w_0 = 1$  و  $w_n = \left(\frac{1}{3}\right)^{-2n}$  أساسها  $q$  يساوي:

أ)  $q = \frac{1}{9}$  (ب)  $q = \frac{1}{3}$  (ج)  $q = 3$

(4) حلول المعادلة  $(\ln x)^2 + \ln x^2 = 0$  في  $R$  هي: (أ)  $\{-1; -e\}$  (ب)  $\{1; e^2\}$  (ج)  $\left\{1; \frac{1}{e^2}\right\}$

التمرين الثالث (5 نقاط)

$g$  دالة معرفة على  $]-\infty; 0[ \cup ]0; +\infty[$  بالشكل:  $g(x) = ax + b + \frac{1}{2x}$ ،  $a$  و  $b$  عددين حقيقيين.

x	$-\infty$	-0.5	0	0.5	$+\infty$	
$g'(x)$	+	0	-	-	0	+
$g(x)$			-1		3	

(1) أ. أحسب مشتقة  $g$  الدالة بدلالة العددين  $a$  و  $b$ .

ب. اعتمادا على جدول التغيرات، عين العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$ .

ج. أكمل جدول التغيرات

(2) نفرض أن :  $a = 2$  و  $b = 1$

أ. بين أن المستقيم (D) ذو المعادلة  $y = 2x + 1$  مقارب مائل لـ  $(C_g)$  عند  $+\infty$  و  $-\infty$ .

ب. بين أن النقطة  $\Omega(0;1)$  مركز تناظر لـ  $(C_g)$ .

(3) ارسم كلا من (D) و  $(C_g)$

التمرين الرابع (6 نقاط)

$(C_f)$  المنحنى البياني للدالة  $f$  في معلم متعامد حيث:  $\|\vec{i}\| = 2cm$ ،  $\|\vec{j}\| = 2cm$  معرفة على المجال  $]-\infty; +\infty[$

بالشكل:  $f(x) = 3 + 2x - e^{2x}$

(1) أ. احسب نهاية الدالة  $f$  عند  $+\infty$  و عند  $-\infty$ ، علما أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^{2x}}{x} = +\infty$ .

ب. بين أن المستقيم  $\Delta$  ذو المعادلة  $y = 2x + 3$  مقارب مائل لـ  $(C_f)$  عند  $-\infty$

ج. ادرس الوضع النسبي لـ  $\Delta$  و  $(C_f)$ .

(2) أ. ادرس تغيرات الدالة  $f$ ، وشكل جدول التغيرات.

ب. بين أن المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\beta$  في المجال  $]0.5; 1[$

ج. ارسم كلا من  $\Delta$  و  $(C_f)$  (علما أن:  $(C_f)$  يقطع محور الفواصل في النقطتين ذات الفاصلتين  $\beta$  و  $\beta'$

حيث:  $\beta \approx -1$  و  $\beta' \approx 0.7$ )

(3) أ. بين أن  $F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]-\infty; +\infty[$  حيث:  $F(x) = -\frac{1}{2}e^{2x} + x^2 + 3x + 2022$ .

ب. احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  ومحور الفواصل والمستقيمين:  $x = 0$  و  $x = -1$  بـ  $cm^2$ .

بالتوفيق في شهادة البكالوريا