

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

**التمرين الأول: (04 نقاط)**

الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $[-1;3]$  بتمثيلها البياني (C)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

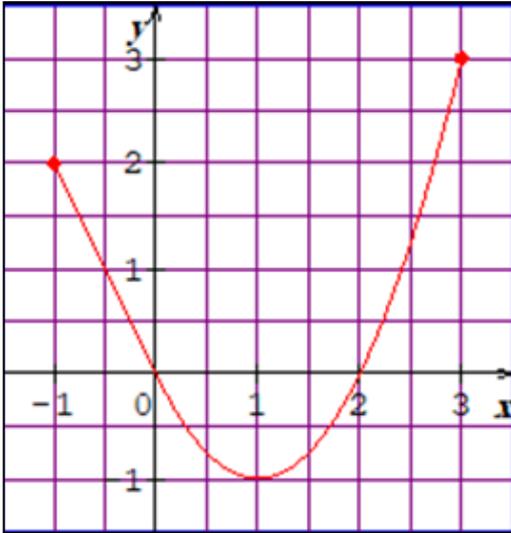
(01) من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[-1;1]$  :  $f'(x) > 0$

(02) الدالة الأصلية  $F$  للدالة  $f$  متزايدة على المجال  $[1;3]$

(03) المعادلة  $f(x) = 0$  تقبل حلين على المجال  $[-1;3]$

(04)  $f'(1) = 0$

(05)  $f\left(-\frac{1}{2}\right) < f\left(\frac{1}{2}\right)$



**التمرين الثاني: (04 نقاط)**

ليكن كثير الحدود:  $P(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$

(01) عين الأعداد الحقيقية  $c; b; a$  حتى يكون من أجل كل عدد حقيقي:

$$P(x) = (x - 3)(ax^2 + bx + c)$$

(02) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة:  $P(x) = 0$

(03) استنتج حلول المعادلتين:  $(\ln x)^3 - 3(\ln x)^2 - 4\ln x + 12 = 0$  ثم  $e^{2x} - 3e^x - 4 + 12e^{-x} = 0$

**التمرين الثالث: (04 نقاط):**

يزداد عدد سكان مدينة  $A$  بـ 160 نسمة كل سنة في حين يزداد عدد سكان مدينة  $B$  بنسبة 3% في كل سنة.

في نهاية سنة 2007 كان عدد سكان كل من المدينتين 10000 نسمة.

نرمز بـ  $u_n$  و  $v_n$  لعدد سكان المدينتين  $A$  و  $B$  على الترتيب في نهاية السنة  $(2007 + n)$

- (1) عين  $u_0$  و  $v_0$  ، ثم احسب  $u_1$  و  $v_1$
- (2) اكتب  $u_{n+1}$  بدلالة  $u_n$  مبينا أن المتتالية  $(u_n)$  حسابية ، ثم عبر عن  $u_n$  بدلالة  $n$
- (3) اكتب  $v_{n+1}$  بدلالة  $v_n$  مبينا أن المتتالية  $(v_n)$  هندسية ، ثم عبر عن  $v_n$  بدلالة  $n$
- قارن بين عددي سكان المدينتين في نهاية سنة 2011 ، و في نهاية سنة 2022 .

**التمرين الرابع: (08 نقاط):**

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R} - \{1\}$  كما يلي :  $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 5}{x - 1}$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$  (تؤخذ وحدة الطول  $0.5cm$ )

1-أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$  و فسر النتيجة بيانيا.

2-أ- تحقق انه من اجل كل عدد حقيقي يختلف عن 1 :  $f(x) = x - 1 + \frac{4}{x - 1}$

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - x + 1]$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 1]$  ثم فسر النتائج هندسيا .

ج- ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة الى المستقيم  $(\Delta)$  الذي معادلته  $y = x - 1$

3-أ- بين انه من اجل كل عدد حقيقي يختلف عن 1 :  $f'(x) = \frac{(x+1)(x-3)}{(x-1)^2}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكل جدول تغيراتها .

4- اكتب معادلة للمماس  $(T)$  للمنحنى  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0.

5- بين انه من اجل كل عدد حقيقي يختلف عن 1 :  $f(2-x) + f(x) = 0$  ، ماذا تستنتج ؟

6- انشئ  $(\Delta)$  و  $(T)$  و  $(C_f)$

7-  $m$  وسيط حقيقي ، ناقش و حسب قيم  $m$  عدد و اشارة حلول المعادلة  $f(x) = m$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط):

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير:

(01) حل المعادلة  $\ln(x-2)=1$  على المجال  $]2;+\infty[$  هو:

(أ)  $2-e$  (ب)  $2+e$  (ج)  $-2+e$

(02) الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x)=(x^2-2x+2)e^x$  تمثيلها البياني يقبل نقطة انعطاف  $I$

احداثياتها هي:

(أ)  $I(-2;2)$  (ب)  $I(0;3)$  (ج)  $I(0;2)$

(03) العدد  $\ln(4^n)-n\ln(2)$  حيث  $n \in \mathbb{N}$  يساوي:

(أ)  $n\ln(2)$  (ب)  $\frac{\ln(4)}{\ln(2)}$  (ج) 2

(04) القيمة المتوسطة  $m$  للدالة  $f$  على المجال  $[-1;2]$  حيث:  $f(x)=\frac{1}{x}+e^x$

(أ)  $\ln(2)-e^2+e$  (ب)  $\ln(2)+e^2+e$  (ج)  $\ln(2)+e^2-e$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

(I) دالة معرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x)=2x+\frac{1}{2}$

(1) أعط دالة أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ .

(2) أعط كل الدوال الأصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ .

(3) جد الدالة الأصلية  $F$  للدالة  $f$  و التي تحقق:  $F(1)=2$  على  $\mathbb{R}$ .

(II)  $g$  و  $G$  دالتان معرفتان على  $]1;+\infty[$  بـ:  $g(x)=\frac{3}{(1-x)^2}$  و  $G(x)=\frac{2x+1}{1-x}$

(1) بين أن الدالة  $G$  أصلية للدالة  $g$  على  $]1;+\infty[$ .

(2) استنتج الدالة الأصلية  $G$  للدالة  $g$  التي تأخذ القيمة  $\frac{1}{3}$  عند 3.

التمرين الثالث: (04 نقاط)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بـ:  $u_0=1$  و من أجل كل عدد طبيعي  $n$  يكون  $6u_{n+1}=5u_n+4$

(1) أ- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ، يكون  $u_n < 4$

ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  متزايدة ، ثم استنتج أنها متقاربة .

- 1) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $v_n = u_n - 4$
- أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{5}{6}$  ، يطلب تعيين حدها الأول  $v_0$  .
- ب- أكتب عبارة  $v_n$  بدلالة  $n$  ، ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$
- ج- أحسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$

د- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن :  $u_0 + u_1 + \dots + u_n = 15 \left( \frac{5}{6} \right)^n + 4n - 14$

### التمرين الرابع: (08 نقاط)

I. دالة معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  ب :  $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

- 1- ادرس اتجاه تغير الدالة  $g$  و شكل جدول تغيراتها .
- 2- بين ان المعادلة  $g(x) = 0$  تقبل حلا وحيدا  $\alpha$  حيث  $1.31 < \alpha < 1.32$
- 3- استنتج اشارة  $g(x)$  على المجال  $]0; +\infty[$

II. دالة معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  ب :  $f(x) = x - 2 + \frac{1 - \ln x}{x}$

- $(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$
- 1- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و بين ان  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$  و فسر النتيجة بيانيا ( تذكير  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$  )

2- أ- بين ان  $y = x - 2$  معادلة المستقيم المقارب المائل  $(\Delta)$  للمنحنى  $(C_f)$

ب- ادرس وضعية  $(C_f)$  بالنسبة للمستقيم  $(\Delta)$

3- بين انه من اجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $D_f$  :  $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$  ، استنتج جدول تغيرات الدالة  $f$  .

4- أ- بين ان  $f(\alpha) = 2\alpha - 2 - \frac{1}{\alpha}$  ثم عين حصرا لـ  $f(\alpha)$

ب- هل توجد مماسات للمنحنى  $(C_f)$  توازي المستقيم  $(\Delta)$  .

ج- ارسم المستقيم  $(\Delta)$  و المنحنى  $(C_f)$  .

III. دالة معرفة على المجال  $]0; +\infty[$  ب :  $F(x) = \frac{x^2}{2} - 2x + \ln x - \frac{(\ln x)^2}{2}$

1- بين ان  $F$  دالة اصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  .

2- احسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  و المستقيمين  $x = e$  و  $x = 1$

انتهى الموضوع الثاني