الديوان الوطني للإمتحانات والمسابقات
إمتحان بكالوريا تجريبي
ثانوية: الشهيد صحيح أمحمد – الرمكة

دورة: **2022**
الشعبة: تسيير واقتصاد

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: **03** ساعات و**30** د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

(u_n) متتالية عددية معرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1}=\frac{1}{2}u_n+2$

1- أحسب الحدود u_1 , u_2 و u_3

2- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n , $u_n<4$

3- عين اتجاه تغير المتتالية (u_n), ثم بين أنها متقاربة.

4- نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $v_n=u_n-4$

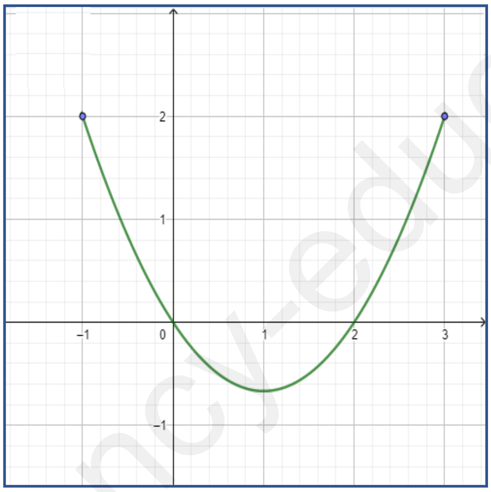
أ- بين أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب- اكتب عبارة v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

ج- أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

د- أحسب المجموع S_n حيث: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)



الدالة العددية f المعرفة على $[-1;3]$ بتمثيلها البياني (C)

أجب بصحح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $[-1;1]$: $f'(x)>0$

2) الدالة الأصلية F للدالة f متزايدة على المجال $[1;3]$

3) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين

4) $f'(1)=0$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التبرير.

1) الدالة العددية f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x$

الدالة الأصلية لـ f على $\mathbb{R}$ التي تنعدم من أجل $x=1$ هي الدالة F حيث:

أ) $F(x)=x^3-x^2$ ب) $F(x)=\frac{1}{9}x^3-x^2$ ج) $F(x)=\frac{1}{9}x^3-x^2+\frac{8}{9}$

2) مشتقة الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=x-x^2\ln x$ هي :

أ) $g'(x)=1-2x\ln x-x$ ب) $g'(x)=1-2x\ln x$ ج) $g'(x)=1-2x\ln x+x$

3) حل المعادلة $\ln(x+1)=2$ في $\mathbb{R}$ هو:

أ) e^2+1 ب) e^2-1 ج) $1-e^{-2}$

4) العدد $\ln(4^n)-\ln(2^{n-1})$ يساوي :

أ) $(n+1)\ln 2$ ب) $(2n+1)\ln 2$ ج) $(n-1)\ln 2$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $f(x)=2-\frac{1}{x}-\frac{\ln x}{x}$, (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1- أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ثم فسر النتيجتين هندسيا.

2- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$, $f'(x)=\frac{\ln x}{x^2}$

3- استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

4- أ) حل في المجال $]0;+\infty[$ المعادلة $f(x)=2$ ثم استنتج نقط تقاطع (C_f) مع المستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=2$

ب) أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) بالنسبة الى المستقيم (Δ) .

5- أنشئ (C_f) و (Δ).

6- لتكن الدالة العددية H المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $H(x)=\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2$

أ) بين أن H هي دالة أصلية للدالة h حيث : $h(x)=\frac{1}{x}+\frac{\ln x}{x}$ على المجال $]0;+\infty[$

ب) أحسب بـ cm^2 المساحة A للحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيمات التي معادلاتها $y=2$، $x=\frac{1}{e}$ و $x=e$

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) معرفة بـ: $u_0=\alpha$ (α عدد حقيقي) , ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=\frac{3}{4}u_n-1$

1) نفرض أن : $\alpha=-4$

- برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n: $u_n=-4$

2) نفرض أن : $\alpha\neq-4$

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=u_n+4$

أ) أثبت أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $\frac{3}{4}$.

ب) أكتب عبارة الحد العام u_n بدلالة n و α ثم بين أن المتتالية (u_n) متقاربة .

ت) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $S_n=u_0+u_1+...+u_n$

-أحسب S_n بدلالة n و α ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}S_n$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

f دالة عددية معرفة على $]-\infty;-1[\cup]-1;+\infty[$, (C_f) تمثيلها البياني وجدول تغيراتها معطى بالشكل

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f(x)$	2 ↗ $+\infty$	‖	$+\infty$ ↘ 2

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) المستقيم الذي معادلته $y=2$ مقارب للمنحنى (C_f)

2) المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا .

3) النقطة $A(-3;1)$ تنتمي الى المنحنى (C_f) .

4) الدالة F الدالة الأصلية للدالة f دالة متزايدة تماما على مجموعة تعريفها .

التمرين الثالث: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة عينه مع التبرير

1- القيمة المتوسطة للدالة f على المجال $[0;1]$ والمعرفة كمايلي : $f(x)=\frac{1}{3}x^2-2x$ هي :

أ) $\frac{1}{9}$ ب) $\frac{-8}{9}$ ج) $\frac{8}{9}$

2- الدالة الأصلية للدالة h حيث : $h(x)=e^{2x+3}$ على $\mathbb{R}$ والتي تنعدم من أجل القيمة -1 هي الدالة H المعرفة على $\mathbb{R}$بـ :

أ) $H(x)=\frac{1}{2}e^{2x+3}-\frac{e}{2}$ ب) $H(x)=\frac{1}{2}e^{2x+3}+\frac{e}{2}$ ج) $H(x)=-\frac{1}{2}e^{2x+3}-\frac{e}{2}$

3- حل المعادلة $e^{x+2}e^{2x-3}=5$ يساوي :

أ) $\frac{1-\ln 5}{3}$ ب) $\frac{1+\ln 5}{3}$ ج) $\frac{-1-\ln 5}{3}$

4- $\lim\limits_{x\to+\infty}e^{2+\ln x}$ هي: أ) $+\infty$ ب) $-\infty$ ج) 0

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x)=x^3+6x-4$

1) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها

3) أ)- بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]0.6;0.7[$

ب)- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي x اشارة $g(x)$

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $f(x)=\dfrac{x^3+2}{x^2+2}$ ، (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$

1)- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.

2)- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من $\mathbb{R}$ فان : $f'(x)=\dfrac{xg(x)}{(x^2+2)^2}$

3)- استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.

4) أ)- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (Δ) معادلته $y=x$ بجوار $+\infty$ و $-\infty$.

ب)- أدرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم (Δ) ذي المعادلة $y=x$.

5)- أكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الفاصلة 0 .

6)- بين أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة وحيدة فاصلتها x_0 حيث : $x_0\in]-1.3;-1.2[$

7)- أنشئ المنحنى (C_f) ، (T) و (Δ) .

III) نعتبر الدالة h المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة : $h(x)=f(|x|)$

أ)- بين أن الدالة h زوجية

ب)- اشرح كيفية انشاء منحنى الدالة h انطلاقا من (C_f) ثم أنشئه.

انتهى الموضوع الثاني