

## الامتحان التجاري لبكالوريا 2022 في مادة الرياضيات

المدة : أربع ساعات و نصف

الشعبة : رياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

### الموضوع الأول

#### التمرين الأول (50ن)

(1) أ) بيّن أن  $193$  عدد أولي .

ب) حل  $206$  إلى جداء عوامل أولية .

(2) تعتبر المعادلة (E) ذات المجهولين الصحيحين  $x$  و  $y$  حيث:  $4x - 193y = 78$

أ) جد الثنائيه الطبيعية  $(a; b)$  التي تحقق:  $\begin{cases} PPCM(a; b) = 618 \\ PGCD(a; b) = 3 \end{cases}$

ب) استنتج حلول المعادلة (E).

(3)  $M \equiv N[193]$  عددان طبيعيان يكتبان على الترتيب  $\overline{\alpha}1\overline{\beta}2\overline{\alpha}1\overline{\beta}$  و  $\overline{\alpha}5\overline{\beta}1\overline{\alpha}$  في نظام التعداد ذو الأساس  $7$  و  $5$  في نظام التعداد ذو الأساس  $7$  و  $3$  حيث  $\alpha$  و  $\beta$  رقمان طبيعيان كل منهما أصغر من  $7$ .

أ) تحقق أن  $78[193] \equiv 48\beta + 44\alpha$  .

ب) بيّن أن  $116 = 12\beta + 11\alpha$  .

ج) عيّن  $\alpha$  و  $\beta$  ثم أكتب  $M$  و  $N$  في النظام العشري.

#### التمرين الثاني (40ن)

يمتلك لاعب نردين  $A$  و  $B$  متماثلان من حيث الشكل إلا أن النرد  $A$  مغشوش و فيه كل وجهين متقابلين منه يحملان نفس الرقم  $i$  حيث  $\{1; 2; 3\} \in i$  ( كل رقم من الأرقام الثلاثة مسجل على وجهين متقابلين )، أما النرد  $B$  ليس مغشوشا و فيه ثلاثة أوجه تحمل الرقم  $1$  و ثلاثة أوجه تحمل الرقم  $2$ . يرمي اللاعب أحد النردين و نرمز بـ  $P_i$  لاحتمال ظهور الوجه الذي يحمل الرقم  $i$  في الحالتين (رمي النرد  $A$  أو رمي النرد  $B$ )

(1) يرمي اللاعب النرد  $A$  ، أحسب  $p_1$  ،  $p_2$  ،  $p_3$  علما أنها تشكل ثلاثة حدود متتابعة من متتالية حسابية أساسها  $\frac{1}{4}$ .

(2) أحسب  $p_1$  ،  $p_2$  في حالة رمي النرد  $B$

(3) نرمي النردين في آن واحد ، و نعتبر المتغير العشوائي  $X$  الذي يأخذ قيم له مجموع رقمي الوجهين العلويين . عرّف قانون احتمال المتغير العشوائي  $X$  وأحسب أمله الرياضي.

### التمرين الثالث (40ن)

نعتبر المتالية  $(U_n)$  المعرفة من أجل كل عدد طبيعي  $n$  بـ  $U_0 = 2$  و  $U_{n+1} = \frac{2U_n}{\sqrt{U_n+1}}$

$$U_{n+1} = 2\sqrt{U_n + 1} - \frac{2}{\sqrt{U_n+1}} \quad (1)$$

أ) بيّن أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  فإن:  $1 < U_n < 3$

ب) برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$   $1 < U_n < 3$

ج) بيّن أن المتالية  $(U_n)$  متزايدة تماماً ثم استنتج أنها متقاربة.

$$9 - U_{n+1}^2 < 4(3 - U_n), \quad (2)$$

$$3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n),$$

$$3 - U_n < \left(\frac{4}{5}\right)^n, \quad (3)$$

د) استنتاج نهاية  $(U_n)$ . لـ  $n \rightarrow \infty$

### التمرين الرابع (40ن)

I) نعتبر الدالة العددية  $g$  المعرفة على  $[0; +\infty]$  بـ  $g(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + \ln x$

أ) أدرس اتجاه تغير  $g$  على  $[0; +\infty]$ .

ب) أحسب  $g'(1)$  ثم استنتاج إشارة  $g(x)$  على  $[0; +\infty]$ .

$$f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} + 1 \quad (II)$$

وليكن  $(C_f)$  تمثيلاً البياني في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد و متجانس  $(0; \vec{i}, \vec{j})$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = 1 \quad (1)$$

أ) أحسب نهايات الدالة  $f$  عند 0 و عند  $+\infty$ .

ب) بيّن أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = -x + 1$  مقارب مائل لـ  $f$  بجوار  $+\infty$ .

ج) أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$ .

$$f'(x) = -\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}} : \quad (4)$$

د) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$ .

هـ) أنشئ المنحنى  $(C_f)$ .

$$\int_{e^{-2}}^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx \quad (6)$$

ب) أحسب مساحة للحيز المحدد بالمنحنى  $(C_f)$  و  $(\Delta)$  و المستقيمين اللذين معادلتيهما:  $x = 1$  و  $x = e^{-2}$ .

III) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ  $h(x) = xe^{\frac{x}{2}} - e^x + 1$

أ) بيّن انه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :  $h(x) = f(e^x)$

ب) استنتاج جدول تغيرات الدالة  $h$ .

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول:(5.4نقط)

عدد حقيقي موجب تماماً و مختلف عن 1 . نعتبر الدالة  $f$  المعرفة و القابلة للإشتقاق على  $[0; +\infty]$  :

$$f(x) = \sqrt{1+ax^2}$$

1. تحقق أن الدالة  $f$  متزايدة تماماً على  $[0; +\infty]$  .

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases} \text{ على ب : } (u_n) \text{ متالية معرفة } \mathbb{N}$$

(I) نفرض أن  $0 < a < 1$  :

$$0 \leq u_n \leq \frac{1}{\sqrt{1-a}} \quad \text{برهن بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي } n ,$$

(ب) بين أن  $(u_n)$  متزايدة .

(ج) إستنتج أن المتالية  $(u_n)$  متقاربة . ثم عين نهايتها.

(II) نضع  $a > 1$  :

نعتبر المتالية العددية  $(v_n)$  المعرفة على  $\mathbb{N}$  ب :

(أ) بين أن  $(v_n)$  متالية هندسية يطلب تعين أساسها وحدتها الأولى .

(ب) إستنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :

(ج) من أجل كل عدد طبيعي  $n$  نعرف المتالية  $(S_n)$  كالتالي :

$$S_n = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1} , \quad n \geq 1 \quad S_0 = 0$$

تحقق أن من أجل كل عدد طبيعي  $n$  ،

(د) إستنتاج أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $u_n = \sqrt{S_n}$  . ثم أحسب نهاية  $(u_n)$

### التمرين الثاني:(5.4نقط)

1. و  $b = \overline{100}$  عدادان طبيعيان مكتوبان في النظام ذي الأساس ثلاثة على الشكل  $a = \overline{201}$  و  $a$  و  $b$  في النظام العشري .

أكتب العددين  $a$  و  $b$  في النظام العشري :

$$ax - by = 3$$

(أ) بين أنه إذا كانت التالية  $(y ; x)$  حللاً للمعادلة  $(E)$  فإن :  $x \equiv 0 [3]$  .

(ب) إستنتاج حل خاصاً  $(x_0 ; y_0)$  حيث  $0 \leq x_0 < 5$  . ثم حل المعادلة  $(E)$  .

3. نرمز بالرمز  $d$  إلى القاسم المشترك الأكبر للعددين  $x$  و  $y$  حيث  $(x ; y)$  حل للمعادلة  $(E)$  .

(أ) ما هي القيم الممكنة للعدد  $d$  ؟

(ب) بين ان  $p \gcd(x, y) = p \gcd(y, 3)$  .

(ج) عين الثنائيات  $(x ; y)$  حلول المعادلة  $(E)$  حتى يكون  $\frac{y}{x}$  كسراً قابلاً للإختزال .

$v_0 = 5$  ،  $u_0 = 2$  :  $\mathbb{N}$  (4) و  $(u_n)$  ممتاليتان حسابيتان معرفتان على  $\mathbb{N}$

$$v_{n+1} = v_n + 9 \quad u_{n+1} = u_n + 19$$

- عين كل الثنائيات  $(p; q)$  للأعداد الطبيعية التي تتحقق ،  $|q - p| \leq 20$  و  $u_p = v_q$  التمرن الثالث : (4 نقاط)

كيس فيه أربع كرات حمراء وكرتين سوداويين لا يفرق بينها عند اللمس.

العملية الأولى نسحب من الكيس عشوائيا كرتين في آن واحد .

نرمز بـ ، إلى الحوادث ،  $A_0$  "لانحصل على أي كرة سوداء"

"الحصول على كرة سوداء واحدة فقط"  $A_1$

"الحصول على كرتين سوداويين"  $A_2$

أحسب كل من  $p(A_0)$  ،  $p(A_1)$  و  $p(A_2)$ .

2. بعد عملية السحب الأولى، يبقى في الكيس أربع كرات . نقوم بالسحب الثاني إذ نسحب كرتين في آن واحد أيضا.

نرمز إلى الحوادث :  $B_0$  "لانحصل على أي كرة سوداء في السحب الثاني"

"الحصول على كرة سوداء واحدة فقط في السحب الثاني"

"الحصول على كرتين سوداويين في السحب الثاني"  $B_2$

أ) أحسب كل من  $p(B_0)$  ،  $p_{A_2}(B_0)$  و  $p_{A_1}(B_0)$  . ثم بين أن

ب) أحسب كل  $p(B_1)$  و  $p(B_2)$ .

ج) بإفتراض أننا على كرة سوداء في السحب الثاني . ما إحتمال الحصول على كرة سوداء واحدة في السحب الأول؟

3.  $C$  نعتبر الحادثة "الحصول على كرتين سوداويين، بعد السحب الأول والإضرار إلى السحب الثاني".

أحسب  $p(C)$ .

التمرن الرابع: (7 نقاط)

1. لتكن الدالة  $u$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ :

$x e^x \geq -\frac{1}{e}$  أدرس إتجاه تغير الدالة  $u$  ثم إستنتج أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  ،

2. دالة معرفة على  $g(x) = 1 - (x^2 + x + 1)e^x$  بـ :

أ- باستعمال إتجاه تغير الدالة  $g$  بين أن من أجل كل  $x$  من  $[-\infty; 0]$  ،

( لايطلب حساب نهاية  $g$  عند  $-\infty$  )

لتكن  $f$  الدالة المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يأتي:

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x+1}{xe^x + 1} & x \leq 0 \\ f(x) = x \ln\left(\frac{x}{2}\right) + 1 & x > 0 \end{cases}$$

ليكن  $(C)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد و متجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ . الوحدة  $2cm$

أ) أدرس إستمرارية  $f$  عند  $0$  ؟

ب) أدرس قابلية إشتقاق الدالة  $f$  عند  $0$ . فسر النتيجة بيانيا.

2. أ) حسب نهاية الدالة  $f$  عند  $-\infty$  و  $+\infty$  .  
 ب) بين أن المستقيم  $(\Delta)$  ذو المعادلة  $y = x + 1$  يقارب مائل للمنحنى  $(C)$  بجوار  $-\infty$  .  
 ثم أدرس الوضعيّة النسبيّة للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $(\Delta)$  على المجال  $[-\infty; 0]$  .  
 3. أ) أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  على  $[0; -\infty]$  ، ثم على المجال  $[0; +\infty]$  .  
 ب) يمكن ملاحظة أن إشارة  $(x)' f$  من إشارة  $(x) g$  على  $[-\infty; 0]$  .  
 ج) شكل جدول تغيرات الدالة  $f$  .  
 4. نقطة من المنحنى  $(C)$  فاصلتها 1 .  
 أ) بين أن معادلة المماس  $(T)$  للمنحنى  $(C)$  عند النقطة  $I$  هي :  $y = \frac{e}{e-1}(x+1)$  .  
 ب) أدرس وضعية المنحنى  $(C)$  بالنسبة إلى المماس  $(T)$  . (إستعن بالإجابة المنجزة في  $I$  . 1)  
 5. أنشئ  $(T)$  ،  $(\Delta)$  و  $(C)$  .  
 6. عدد طبيعي غير معروف .  
 نسمى  $(n)$  مساحة الحيز المستوى المحدد بالمنحنى  $(C)$  والمستقيمات التي معادلاتها  $y = 0$  و  $x = n+1$  و  $x = 0$  .  
 أ) ممتاليّة عدديّة معرفة من أجل كل عدد طبيعي غير معروف  $n$  ،  
 ب)  $S_n = u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_n$  و المجموع  $u_n = \int_n^{n+1} f(x) dx$   
 بين أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معروف  $n$  ،  
 ب)  $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$  المساحة  $A(n)$  بدلاً من  $n$  . ثم أحسب  $A$  بـ  $cm^2$  .

الإجابة النموذجية لموضوع بـكالوريا تجـريـبي 2022 في مادة الرياضيات / الشعبة : رياضيات

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
المجموع	مجزأة	
		<u>التمرين الأول: ( 5 نقاط )</u>
0.5	0.25	أ) 193 عددا أوليا لأن $193 \nmid 1, 2, 3, 5, 7, 11$ لا يقبل القسمة على $\sqrt{193} \approx 13.89$ . $(\sqrt{193}) \cdot 13 = 206 = 2 \times 103$ ب) (2)
2.25	0.25	$PGCD(a'; b') = 1$ و $b = 3b'$ ، $a = 3a'$ $PGCD(a; b) = 3$
	0.25	$618 \times 3 = 3a' \times 3b' : PPCM(a; b) = 618$
	0.5	$a' \times b' = 206$ و منه
	0.5	إذن $(a'; b') \in \{(1; 206), (206; 1), (2; 103), (103; 2)\}$
	0.25	بالناتي $(a; b) \in \{(3; 618), (618; 3), (6; 309), (309; 6)\}$ و $4 \times 309 - 193 \times 6 = 78$
	0.5	إذن $(a; b) = (309; 6)$
	0.25	ب) حل المعادلة $(x; y) = (193k + 309; 4k + 6)$ حيث $k \in \mathbb{Z}$
	0.25	$M = \overline{\alpha 12\beta} = 343\alpha + \beta + 63$ (1)
	0.25	$N = \overline{5\beta 1\alpha} = \alpha + 49\beta + 1722$ (2)
	0.25	$N - M \equiv 0[193]$
	0.25	$l \in \mathbb{Z}$ حيث $44\alpha + 48\beta = 193l + 78$ ب)
	0.25	$0 \leq 11\alpha + 12\beta \leq 138$ مع $11\alpha + 12\beta = 193k + 309$
2.25	0.25*	إذن $11\alpha + 12\beta = 116$
	0.25	$\beta = 6$ و $\alpha = 4$ ( ج )
	0.25*4	$N = 2020$ و $M = 1441$
		<u>التمرين الثاني: ( 4 نقاط )</u>

	<b>0.25*2</b>	$p_1, p_2, p_3$ تشكل ثلاثة حدود متتابعة من متالية حسابية أساسها $\frac{1}{4}$ مع										
	<b>0.25*3</b>	و منه										
<b>1.25</b>												
<b>0.75</b>	<b>0.25*3</b>	$p_2 = p_1 = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ (2)										
	<b>0.5</b>	{2; 3; 4; 5}: هي (3)										
		قانون الاحتمال لـ X										
		<table border="1" style="width: 100%; text-align: center;"> <tr> <td></td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr> <tr> <td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr> </table>		2	3	4	5					
	2	3	4	5								
	<b>1</b>											
<b>2</b>	<b>0.5</b>											

التمرين الثالث: (4 نقاط)

	<b>0.25</b>	(1) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$
		$U_{n+1} = 2\sqrt{U_n + 1} - \frac{2}{\sqrt{U_n + 1}}$ ,
	<b>0.25</b>	$1 < U_0 < 3$ (ب)
	<b>0.5</b>	نفرض أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_n < 3$ : $n > 1$ نجد
	<b>0.25</b>	و منه من أجل كل عدد طبيعي $n$ : $U_n < 3$ : $n > 1$
	<b>0.5</b>	حيث من أجل كل عدد طبيعي $n$ :
<b>2</b>	<b>0.25</b>	$U_{n+1} - U_n = \frac{U_n(2 - \sqrt{U_n + 1})}{\sqrt{U_n + 1}}$ المتالية $(U_n)$ متزايدة تماما
	<b>0.25</b>	- المتالية $(U_n)$ متزايدة تماما و محدودة من الأعلى بـ 3 نستنتج أنها
	<b>0.75</b>	متقاربة .
	<b>0.75</b>	(2) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $9 - U_{n+1}^2 < 4(3 - U_n)$
	<b>0.75</b>	ب) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n)$
		لدينا من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{3+U_n}(3 - U_n)$

		و $2 < U_{n+1} < U_0 < U_1 < U_2 < \dots < U_{n+1}$ إذن فجد أنه من أجل كل عدد طبيعي ، $3 - U_{n+1} < \frac{4}{5}(3 - U_n)$ ج) إثبات أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $3 - U_n < \left(\frac{4}{5}\right)^n$ د) من أجل كل عدد طبيعي $n$ ، $3 - \left(\frac{4}{5}\right)^n < U_n < 3$ ، $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n = 3$ إذن
2	<b>0.25</b>	<b>0.25</b>
		<b>التمرين الرابع: (7 نقاط)</b>
0.75	<b>0.25*3</b>	<p>(I) نعتبر الدالة <math>g</math> المعرفة على <math>[0; +\infty]</math> بـ <math>g(x) = 2x\sqrt{x} - 2 + \ln x</math></p> <p>(1) من أجل <math>x</math> من <math>[0; +\infty]</math> ، <math>g'(x) = 3\sqrt{x} + \frac{1}{x} &gt; 0</math> و إذن <math>g</math> متزايدة تماما على <math>[0; +\infty]</math>.</p> <p>(2) وبما أن <math>g(1) = 0</math> فإن <math>g(x) &lt; 0</math> على المجال <math>[0; 1]</math> و <math>g(x) &gt; 0</math> على المجال <math>[1; +\infty]</math>.</p>
0.	<b>0.25*2</b>	<p>(II) نعتبر الدالة <math>f</math> المعرفة على <math>[0; +\infty]</math> بـ <math>f(x) = \frac{\ln x}{\sqrt{x}} + 1 - x</math></p> <p>(1) بوضع <math>t \rightarrow +\infty</math> : <math>x \rightarrow +\infty</math> ، <math>t = \sqrt{x}</math></p> <p><math>\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{\ln t^2}{t} = \lim_{t \rightarrow +\infty} \frac{2\ln t}{t} = 0</math></p> <p>(2) <math>\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = -\infty</math> و <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty</math></p> <p>(3) <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - (-x + 1)] = 0</math> إذن المستقيم <math>(\Delta)</math> ذو المعادلة <math>y = -x + 1</math> مقارب مائل لـ <math>(C_f)</math> بجوار <math>+00</math>.</p>
0.5	<b>0.5</b>	<p>(أ) بين انه من أجل كل عدد حقيقي <math>x</math> من <math>[0; +\infty]</math> ، <math>f'(x) = -\frac{g(x)}{2x\sqrt{x}}</math></p> <p>(ب) إشارة <math>f'(x)</math> من إشارة <math>-g(x)</math> .</p> <p>جدول تغيرات الدالة <math>f</math>.</p>
0.5	<b>0.25*2</b>	
0.75	<b>0.5</b>	
1.5	<b>0.5</b>	
0.75	<b>0.25+0.5</b>	

**0.75**

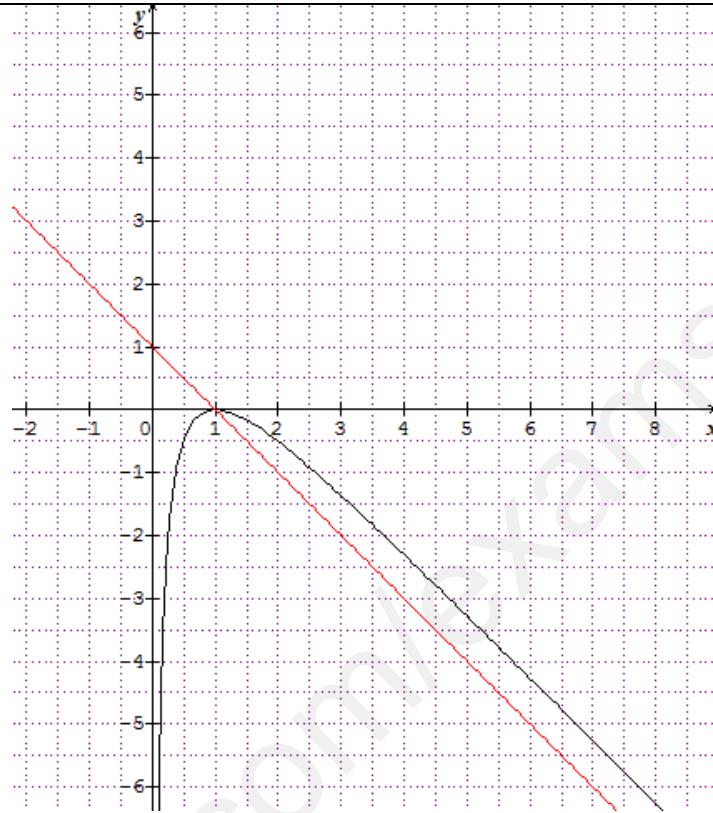
**1**

**0.25**

**0.25**

**0.5**

**0.5**



(5)

$$\int_{e^{-2}}^1 \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = \left[ 2\sqrt{x} \ln x \right]_{e^{-2}}^1 - \int_{e^{-2}}^1 \frac{2\sqrt{x}}{x} dx =$$

$$\left[ 2\sqrt{x} \ln x - 4\sqrt{x} \right]_{e^{-2}}^1 = 8e^{-1} - 4$$

ب) مساحة للحيز المحدد بالمنحنى ( $C_f$ ) و ( $\Delta$ ) و المستقيمين اللذين معادلتهما

هي  $x=1$  و  $x=e^{-2}$ :

$$\int_{e^{-2}}^1 [(-x + 1) - f(x)] dx = \int_{e^{-2}}^1 -\frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = (-8e^{-1} + 4)u.a$$

(III) نعتبر الدالة  $h$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:

$$h(x) = f(e^x) : h(x) = f(e^x)$$

(1) إثبات انه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ :

(2)

استنتاج جدول تغيرات الدالة  $h$

$$h'(x) = e^x f'(e^x).$$

$h$  متزايدة تماما على المجال  $[0; -\infty]$  و متزايدة تماما على المجال  $[\infty; +\infty]$ .

$$\lim_{x \rightarrow 0} h(x) = -\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} h(x) = -\infty$$

## الموضوع الثاني

العلامة	عناصر الإجابة
مجزأة مجموع	التمرین الأول
	$f'(x) = \frac{ax}{\sqrt{1+ax^2}}$ ، من أجل كل $x \in [0; +\infty[$ : $f'(x) \geq 0$ 0.5..... تقبل طرق أخرى $[0; +\infty[$ متزايدة تماما على
04.5	$0 \leq u_n \leq \frac{1}{\sqrt{1-a}}$ ، $n$ (برهان بالترابع أنه من أجل كل عدد طبيعي $I$ ) 0.5..... ب) متزايدة . $\frac{1}{\sqrt{1-a}}$ فهي متقاربة . نهايتها $\frac{1}{\sqrt{1-a}}$ 0.5..... $(II) a > 1$ $v_0 = 1$ (متتالية هندسية أساسها $a$ وحدتها الأولى 0.5..... .... $u_{n+1}^2 - u_n^2 = a^n$ ومنه $v_n = v_0 \cdot a^n = a^n$ .2 $S_0 = 0$ و من أجل كل $n \geq 1$ ، $S_n = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1}$ $S_n = \frac{a^n - 1}{a - 1}$ 0.5 $S_n = \frac{a^n - 1}{a - 1}$ ، $n$ ومنه من أجل كل عدد طبيعي $S_n = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1}$ $S_n = 1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{n-1}$ $(D) S_n = u_1^2 - u_0^2 + u_2^2 - u_1^2 + u_3^2 - u_2^2 + \dots + u_n^2 - u_{n-1}^2$ $u_n^2 = S_n$ وبالتالي $u_n = \sqrt{S_n}$ و $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = +\infty$ 01.....
4.5	التمرین الثاني: $b = 9$ و $a = 19$ .1 $x \equiv 0 [3]$ فإن $19x - 9y = 3$ .2 $(x_0, y_0) = (3, 6)$ ب) الحل الخاص 0.25..... $(x, y) = (9k + 3, 19k + 6)$ حلول المعادلة عدد صحيح . 0.5..... $d \in \{1, 3\}$ ومنه $d   3$ .3 ب) نضع $p \gcd(x, y) = d$ و $p \gcd(y, 3) = d'$ 0.75..... نجد $d = d'$ .

		<p><b>التمرين الثالث:</b></p> <p><b>01.</b> ..... كسر قابلا للإختزال يكافي <math>\frac{y}{x}</math> (ج) .....  <math>(x; y) = (27p + 3; 57p + 6)</math> مع <math>p</math> عدد صحيح .  <math>v_q = 5 + 9q</math> و <math>u_p = 2 + 19p</math> ..... 4  <math>u_p = v_q</math> يكافي <math>19p - 9q = 3</math> ومنه <math>(p; q) = (9k + 3; 19k + 6)</math>  <math>(p; q) \in \{(3, 6); (12, 25)\}</math> ومنه</p>
		<p><b>04</b></p> <p><b>التمرين الرابع:</b></p> <p><b>1.</b> ..... <math>p(A_0) = \frac{C_4^2}{C_6^2} = \frac{2}{5}</math> ، <math>p(A_1) = \frac{8}{15}</math> ، <math>p(A_2) = \frac{1}{15}</math> 0.75 .....</p> <p><b>أ.</b> ..... <math>p_{A_0}(B_0) = \frac{C_2^2}{C_4^2} = \frac{1}{6}</math> ، <math>p_{A_1}(B_0) = \frac{1}{2}</math> ، <math>p_{A_2}(B_0) = 1</math> 0.75 .....</p> <p><b>ب.</b> ..... <math>p(B_0) = \frac{2}{5}</math> 0.5 .....  <math>p(B_1) = \frac{8}{15}</math> و <math>p(B_2) = \frac{1}{15}</math> 0.5+0.5 .....</p> <p><b>ج.</b> ..... <math>p_{B_1}(A_1) = \frac{p(A_1 \cap B_1)}{p(B_1)} = \frac{p(A_1)p_{A_1}(B_1)}{p(B_1)}</math> نجد <math>p_{B_1}(A_1) = \frac{1}{2}</math> 0.5 .....</p> <p><b>3.</b> ..... <math>p(C) = p(A_0 \cap B_2) + p(A_1 \cap B_1)</math> نجد <math>p(C) = \frac{1}{3}</math> 0.5 .....</p>
	<b>العلامة</b>	
	<b>مجموع مجزأة</b>	<b>عناصر الإجابة</b>
<b>07</b>		<p><b>التمرين الرابع:</b></p> <p>1. الدالة متناقصة تماما على <math>(I) \left[ -\infty; -\frac{1}{2} \right]</math> ومتزايدة تماما على <math>\left[ -\frac{1}{2}; +\infty \right]</math> 0.25 ....</p> <p>، <math>x e^x \geq -\frac{1}{e}</math> من أجل كل عدد حقيقي 0.25.....</p> <p>.2 <math>g'(x) = -(x^2 + 3x + 2)e^x</math> 0.25.....</p> <p>ومنه من أجل كل <math>x</math> ..... <math>g(x) \geq 0</math> 0.25.....</p>

(II) (أ) مستمرة عند  $f(0) = 0.5$ .....

من اليسار قابلة للإشتقاق عند  $f'(0)$  ..... ب)

وعددتها المشتق  $f_g'(0) = 0.25$ ..... معدوم

من اليمين لأن  $0$  غير قابلة للإشتقاق عند  $f'(0) = -\infty$  .....  $0.25$ .....

يقبل نصف مماس من اليمين يوازي حامل الترتيب ونصف مماس من اليسار يوازي حامل محور  $0.25$ ..... الفواصل

(II) (أ)  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$  .....  $2$  .....  $x0.25$

(ب)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - (x+1)] = 0$  .....  $0.25$ .....

(C) على  $(\Delta)$  يقع أعلى  $[-1; 0]$  .....  $0.5$ .....

ويقطعه في النقطة  $A(-1, 0)$

(II) (أ) على  $[-\infty; 0]$ :  $f'(x) = \frac{g(x)}{(xe^x + 1)^2}$  .....  $[-\infty; 0]$  ..... 0.25 متزايدة تماما على ،  $f'$

على  $[0; +\infty]$ :  $f'(x) = 1 + \ln\left(\frac{x}{2}\right)$  ..... 0.25 ،

ب) جدول التغيرات ..... 0.5.....

(II) (أ) (T):  $y = \frac{e}{e-1}(x+1)$  ..... 0.25.....

ب) وضعية المماس  $(C)$  ..... 0.5..... بالنسبة إلى المنحنى  $(T)$

(II) (أ) (T) ..... 0.75..... و  $(\Delta)$  ..... 5. إنشاء

$$S_n = \int_1^2 f(x) dx + \int_2^3 f(x) dx + \dots + \int_n^{n+1} f(x) dx$$

(II) (أ)  $S_n = A(n)$  ..... 0.25.....

(ب)  $A(n) = \left[ 4n + 2(n+1)^2 \left[ \ln\left(\frac{n+1}{2}\right) - \frac{1}{2} \right] + \ln(4e) \right] cm^2$  ..... 5.0.....

$\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} A(n) = +\infty$  ..... 0.25.....