الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية وهران

المقاطعة الأولى (وهران شرق) الامتحان التجريبي لبكالوريا 2022في مادة الرياضيات

الشعبة :تقني رياضي **المدة : أربع ساعات و نصف**

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين فقط

الموضوع الأول

التمرين الأول(04ن) نضع من أجل كل عدد طبيعي n: $a_n = 2\times 5^n + 7$

1) أ- بيّــن أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون a_n فردي.

ب- عيّــن حسب قيم العدد الطبيعي n بواقي قسمة العدد 5^n على 8 .

جـ- استنتج أنه من أجل كل n من N يكون $a_n \equiv 1[8]$.

2) أ- برهن أنه إذا كان: $\begin{cases} x \equiv 1[8] \\ x \equiv 7[125] \end{cases}$ فإن: $x \equiv 257[1000]$.

ب- بيّــن أنه من أجل $n \geq 3$ يكون: $a_n \equiv 257[1000]$.

جـ- ما هي الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد $(2\times 5^{2022}+7)(2\times 5^{2021}+7)$ ؟

3) أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي n يكون: $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$

ب- نعتبر $PGCD(a_{2n};a_{2n+1}) = d$ ، بيّــن أن d يختلف عن 7 ثم عيّــن قيمته.

التمرين الثاني(04ن) يوجد جواب صحيح واحد بين الأجوبة المقترحة في كل حالة من الحالات التالية، عينه مع التبرير.

1) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n = \left(\frac{2}{3}\alpha\right)^n$ حيث α عدد حقيقي موجب تماما، قيم

مجموعة قم α التي تكون من أجلها (v_n) متتالية متقاربة هي:

أ) $\left]0;\frac{3}{2}\right[$ ب) $]-1;1[$ جـ) $\left]0;\frac{2}{3}\right[$

2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ والذي يحقق الشرط $f(0)=4$ هو:

أ) $f(x)=3e^{\frac{2}{3}x}+1$ ب) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$ جـ) $f(x)=2e^{\frac{2}{3}x}+2$

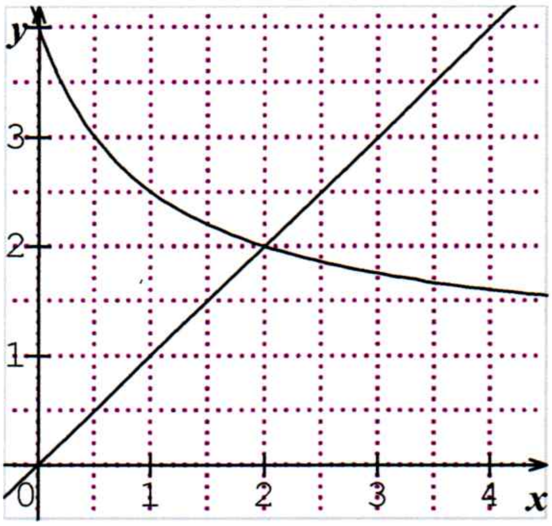
3) f الدالة المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\frac{x+1}{x}$ ،الدالة الأصلية F للدالة f والتي تحقق $F(1)=0$ هي الدالة المعرفة بـ:

أ) $F(x)=x-1+\ln x$ ب) $F(x)=1-x+\ln x$ جـ) $F(x)=\ln\left(\frac{x+1}{x}\right)$

4) N عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N=\overline{01355}^6$ ، كتابته في النظام العشري هي:

أ) $N=2022$ ب) $N=1439$ جـ) $N=1962$

التمرين الثالث (05ن) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x+4}{x+1}$. (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$، (أنظر الشكل).



1) بيّن أن الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0;+\infty[$.

2) (u_n) المتتالية العددية المعرفة على N بـ: $u_0=1$

و من أجل كل عدد طبيعي n، $u_{n+1}=f(u_n)$.

أ) انقل الشكل ثم مثّل الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n) على حامل محور الفواصل (دون حسابها) موضحا خطوط الإنشاء،

ثم أعط تخمينا حول اتجاه تغيّر المتتالية (u_n) و تقاربها.

ب) برهن أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n\le\frac{5}{2}$.

3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{12}{u_n+2}-3$

أ) برهن أن (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0.

ب) أوجد بدلالة n عبارة الحد العام v_n ثم استنتج عبارة u_n ثم أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$

4) أحسب بدلالة n المجموع S_n بحيث: $S_n=v_n+v_{n+1}+v_{n+2}+\ldots+v_{n+2022}$

أحسب بدلالة n المجموع P_n بحيث: $P_n=\frac{1}{u_n+2}+\frac{1}{u_{n+1}+2}+\frac{1}{u_{n+2}+2}+\cdots+\frac{1}{u_{n+2022}+2}$

التمرين الرابع(07ن) g دالة عددية معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ: $g(x)=-x-\ln x$

1) أ) أدرس تغيرات الدالة g .

ب) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,56<\alpha<0,57$ ثم استنتج إشارة g على $]0;+\infty[$

2) لتكن f دالة عددية معرفة على $]0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{-1+(x-1)\ln x}{x}$ و (C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$

أ) أحسب $\lim\limits_{x\to 0}f(x)$ و أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثمّ فسر النتيجتين هندسيا .

ب) بيّن أن من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]0;+\infty[$، $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f .

3) بيّن أن المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين فاصلتيهما x_0 و x_1 حيث $0,2<x_0<0,3$ و $2,2<x_1<2,3$.

4) بيّن أن $f(\alpha)=-\alpha+1-\frac{1}{\alpha}$ ، ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

5) (γ) هو المنحنى الممثل للدالة ln في المعلم السابق .

أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]$ ثمّ فسّر النتيجة بيانيا ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (γ) .

6) أ) احسب $f(1)$ ، $f(2)$ و $f(e)$ ثم ارسم (γ) و (C_f) .

ب) ناقش بيانيا ، حسب قيم الوسيط الحقيقي m ، عدد حلول المعادلة: $f(x)=m$.

7) A هي مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنيين (γ) و (C_f) والمستقيمين الذين معادلتيهما: $x=\alpha$ و $x=e$.

– احسب A بدلالة α ثم تحقق أن : $\mathrm{A}=\frac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$ مستنتجا حصرا لـ A

الموضوع الثاني

التمرين الأول(05ن) لكل سؤال جواب واحد صحيح فقط من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عينه مع التبرير:

1. حل المعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ و الذي يحقق $f(0)=4$ هو الدالة f المعرفة على R بـ:

أ) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}-3$ ب) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$ ج) $f(x)=2e^{\frac{2}{3}x}+3$

2. مجموعة حلول المتراجحة $\ln(x-1)+\ln(x+2)\leq 2\ln 2$ في $\mathbb{R}$ هي:

أ) $S=[-2;2]$ ب) $S=]1;2]$ ج) $S=[-2;1]$

3. لتكن الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=x2^{-x}$, f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ ودالتها المشتقة f' هي:

أ/ $f'(x)=(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$ ب/ $f'(x)=(1-x)2^{-x}$ ج/ $f'(x)=(2+x\ln 2)2^{-x}$

4. x عدد حقيقي موجب تماما , التكامل $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}dt$ يساوي:

أ) $\frac{-2\ln x-1}{x}$ ب) $\frac{-\ln x}{x}-\frac{1}{x}$ ج) $\frac{-\ln x-1+x}{x}$

5. f الدالة المعرفة على R بـ : $f(x)=\ln(x^2+2x+3)$ من أجل كل عدد حقيقي x يكون:

أ) $f(-2-x)=f(x)$ ب) $f(2-x)=f(x)$ ج) $f(-x)=f(x)$

التمرين الثاني(04ن) α ، β عددان طبيعيان كل منهما أصغر من 7؛ وليكن A العدد الطبيعي المضاعف لـ 7 والذي يكتب في نظام التعداد ذو الأساس 9 و 7 على الترتيب بـ: $\overline{2\alpha 8\beta}$ و $\overline{5\alpha 1\beta}$

1) جد α ، β ثم أكتب العدد A في النظام العشري.

2) أحسب $PGCD(2016,2268,2772)$

3) نعتبر في مجموعة الأعداد الصحيحة النسبية Z المعادلة ذات المجهولين x ، y

$$2772x-2268y=2016............(E)$$

أ. بيّن انه من اجل كل عددين حقيقيين x، y المعادلة (E) تكافئ $11x-9y=8$

ب. جد (x_0,y_0) حل للمعادلة (E) والتي تحقق $x_0+y_0=8$

ت. استنتج في Z^2 مجموعة حلول المعادلة (E).

4) بفرض x و y موجبان و أن (x,y) حلل المعادلة (E) وبوضع $PGCD(x,y)=d$

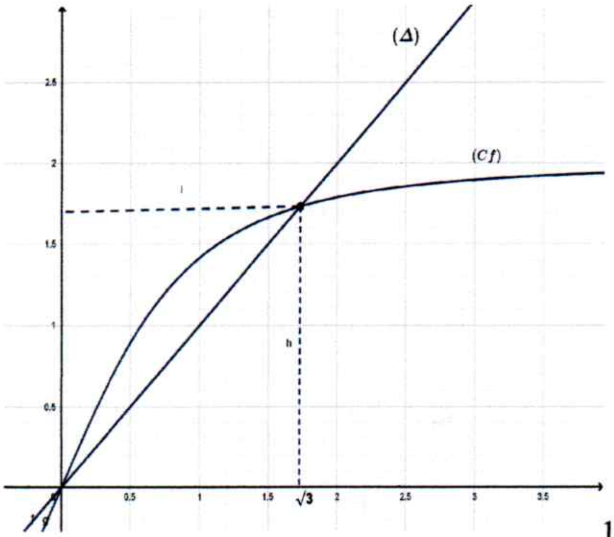
أ. أوجد القيم الممكنة لـ d

ب) استنتج كل الثنائيات (x,y) حلول المعادلة (E) التي تحقق : $PGCD(x,y)=2$

التمرين الثالث(04ن)

1)الشكل المقابل هو التمثيل البياني (C_f)للدالة f المعرفة على $[0,+\infty[$ب : $f(x)=\dfrac{2x}{\sqrt{x^2+1}}$

والمستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$ في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$



أ) أدرس اتجاه تغير الدالة f على $[0,+\infty[$

ب)بيّن أنه إذا كان $x\in\left[0,\sqrt{3}\right]$ فإن $f(x)\in\left[0,\sqrt{3}\right]$

2) نعرّف المتتالية (u_n)كما يلي :

$u_0=1$ ومن أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}=f(u_n)$

أ) باستعمال التمثيل البياني (C_f)والمستقيم (Δ)

مثّل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 على محور الفواصل دون حسابها مبرزا خطوط التمثيل

ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n)وتقاربها.

ب) برهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $1\le u_n\le\sqrt{3}$

ج) بيّن من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1}-u_n=\dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ ،ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية (u_n)

د)استنتج أن المتتالية (u_n)متقاربة

3) نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي nب: $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$

أ)برهن أن (v_n)متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

ب)أكتب عبارة v_nبدلالة nثم استنتج u_nبدلالة n

ج)أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty}v_n$

4) أحسب p_n بدلالة n حيث: $p_n=\dfrac{(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n)^2}{(3-u_0^2)(3-u_1^2)\cdots(3-u_n^2)}$

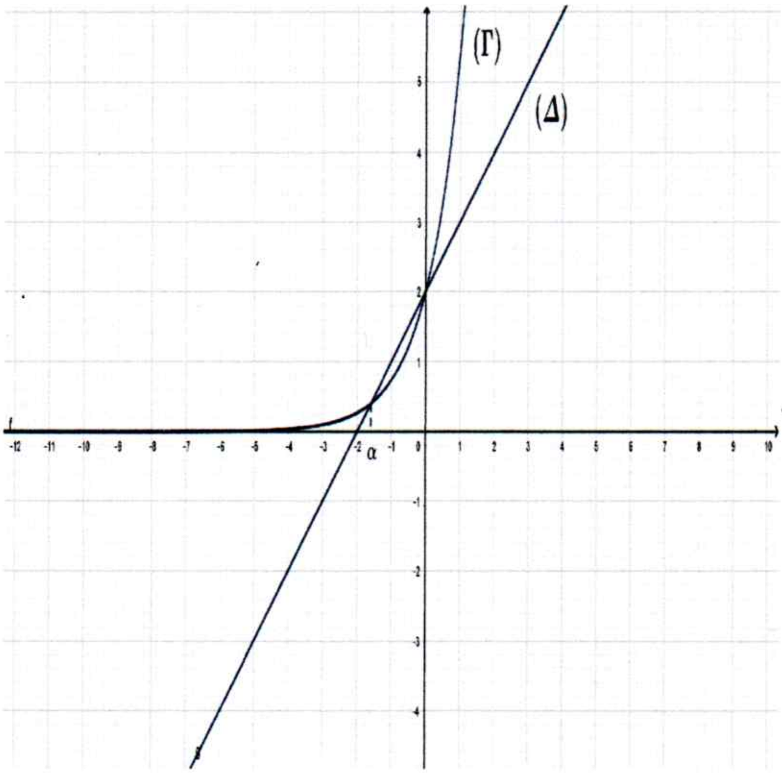
التمرين الرابع(07ن)

I) المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ ، الشكل أدناه يتضمن (Γ)التمثيل البياني للدالة:

$x\to 2e^x$ ، (Δ)المستقيم ذو المعادلة : $y=x+2$ ، 0وα هما فاصلتا نقطتي تقاطع (Γ)و (Δ)

حيث : $-1,6\prec\alpha\prec-1,5$

1) بقراءة بيانية حدّد وضعية المنحني (Γ)بالنسبة إلى (Δ)على R



2) g لدالة العددية للمتغير الحقيقي x والمعرفة على R

ب : $g(x)=-2e^{x}+x+2$

حدّد إشارة $g(x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) f الدالة العددية المعرفة على R ب :

$f(x)=2(ex-3)+(x+3)e^{-x+1}$ ،

(C_f) هو تمثيلها البياني في المعلم السابق.

1) أ – أحسب كلا من : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب) بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x من R

: $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$.

ج) عيّن دون حساب: $\lim_{h\to 0}\frac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$ ،

ثم فسّر النتيجة هندسيا.

المستقيم (D) ذو المعادلة : $y=2(ex-3)$ هو

مستقيم مقارب ل (C_f) عند $+\infty$ ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D)

ب) بيّن أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف يطلب تعيين إحداثيتيها .

ج) بيّن أن المنحني (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها β حيث: $-2,4\prec\beta\prec-2,3$.

3) أنشئ كل من (D) و (C_f) . نأخذ $f(-3)\approx-22.31$ و $f(\alpha)\approx 4.15$

4-أ) جد العددين الحقيقيين a,b حتى تكون الدالة $x\to(ax+b)e^{-x+1}$ أصلية للدالة $x\to(x+3)e^{-x+1}$ على R

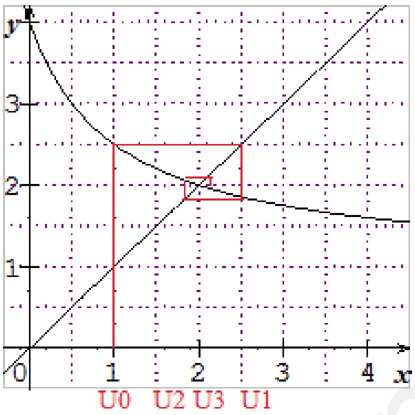
ب)أحسب I_n مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحني (C_f) والمستقيم (D) و المستقيمين الذين معادلتيها: $x=1$ و $x=n$

حيث n عدد طبيعي $(n\succ 1)$، ثم أحسب $\lim_{n\to+\infty} I_n$.

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

الإجابة النموذجية للموضوع اختبار مادة الرياضيات / الشعبة: تقني رياضي / بكالوريا تجريبي 2022

	عناصر الإجابة (الموضوع الأول)	العلامة	
التمرين الأول	لدينا من أجل كل عدد طبيعي n: $a_n = 2\times 5^n + 7$ 1) أ- بما أن a_n هو مجموع عددين أحدهما فردي والأخر زوجي إذا هو عدد فردي............	0.5	04
	ب- n بواقي قسمة العدد 5^n على 8: من أجل $n=2k : 5^n \equiv 1[8]$ و من أجل $n=2k+1 : 5^n \equiv 5[8]$	0.5	
	جـ- بما أن $2\times 1+7\equiv 1[8]$ و $2\times 5+7\equiv 1[8]$ فإنه من أجل كل عدد طبيعي n: $a_n \equiv 1[8]$	0.5	
	2) أ- إذا كان: $\begin{cases} x\equiv 1[8] \\ x\equiv 7[125] \end{cases}$ فإن: $\begin{cases} 125x\equiv 125[1000] \\ 8x\equiv 56[1000] \end{cases}$ ومنه $\begin{cases} 125x\equiv 125[1000] \\ 128x\equiv 896[1000] \end{cases}$ بالطرح نجد $3x\equiv 771[1000]$ أي $9x\equiv 313[1000]$ اذا نجد $\begin{cases} 8x\equiv 56[1000] \\ 9x\equiv 313[1000] \end{cases}$. ومنه $x\equiv 257[1000]$	0.75	
	ب- من أجل $n\geq 3$ يكون: 5^n مضاعف لـ125 ومنه نجد $a_n\equiv 7[125]$ ولدينا $a_n\equiv 1[8]$ إذا نستنتج أن $a_n\equiv 257[1000]$	0.5	
	جـ- بما أن $a_{2021}\equiv 257[1000]$ و $a_{2022}\equiv 257[1000]$ فإن $a_{2021}\times a_{2022}\equiv 257^2[1000]$ أي $a_{2021}\times a_{2022}\equiv 49[1000]$ اذا الأرقام الثلاث الأخيرة للعدد $(2\times 5^{2021}+7)(2\times 5^{2022}+7)$ هي 049	0.25 0.25	
	3) أ- من أجل كل عدد طبيعي n لدينا: $5a_{2n} - a_{2n+1} = 28$	0.25	
	ب- إذا كان $PGCD(a_{2n};a_{2n+1}) = d$، فإن d يقسم a_n وبما أن 2×5^n ليس مضاعف لـ 7 فإن d يختلف عن 7 .... d يقسم 28 ويختلف عن 7 و a_n فردي اذا $d=1$	0.25 0.25	
التمرين الثاني	1) قيم α التي تكون من أجلها (v_n) متقاربة هي: أ) $\left]0;\frac{3}{2}\right[$ + التبرير..	01	04
	2) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $3y'-2y+6=0$ والذي يحقق الشرط $f(0)=4$ هو: ب) $f(x)=e^{\frac{2}{3}x}+3$ + التبرير..	01	
	3) الدالة الأصلية F والتي تحقق $F(1)=0$ للدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ $f(x)=\frac{x+1}{x}$ هي الدالة: أ) $F(x)=x-1+\ln x$ + التبرير..	01	
	4) N عدد طبيعي، يكتب في النظام ذي الأساس 6 على الشكل $N=\overline{01355}^{6}$، كتابته في النظام العشري هي: ب) $N=1439$ + التبرير..	01	

التمرين	الحل	العلامة	المجموع
التمرين الثالث	f دالة معرفة على $[0;+\infty[$ بـ: $f(x)=\frac{x+4}{x+1}$. 1) بما أن $f'(x)=\frac{-3}{(x+1)^2}$ فإن f متناقصة تماما على المجال $[0;+\infty[$.	0.5	05
	2) أ- تمثيل الحدود الأربعة الأولى:  التخمين: المتتالية (u_n) غير رتيبة ومتقاربة نحو 2	0.75 0.5	
	ب - البرهان أنه من أجل كل عدد طبيعي n، $1\le u_n \le \frac{5}{2}$: لدينا $1\le u_0 \le \frac{5}{2}$ و نفرض أن $1\le u_n \le \frac{5}{2}$ فنجد $1\le u_{n+1} \le \frac{5}{2}$ ومنه $1\le u_n \le \frac{5}{2}$	0.75	
	3) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $v_n=\frac{12}{u_n+2}-3$ أ - بما أن $v_n=\frac{6-3u_n}{u_n+2}$ ولدينا $v_{n+1}=-\frac{1}{3}\left(\frac{6-3u_n}{u_n+2}\right)$ اذا (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=-\frac{1}{3}$ و حدها الأول $v_0=1$ .... ب -عبارة الحد العام: $v_n=\left(-\frac{1}{3}\right)^n$ و $u_n=\frac{12}{3+v_n}-2=\frac{12}{3+\left(-\frac{1}{3}\right)^n}-2$ حساب النهاية: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=2$	0.75 0.5 0.25	
	ت - حساب S_n: $$S_n=1\left(\frac{1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{2023}}{1+\frac{1}{3}}\right)=\frac{3}{4}\left(1-\left(-\frac{1}{3}\right)^{2023}\right)$$ حساب P_n:	0.5 0.5	

ومنه $P_n=\frac{1}{12}\left(v_n+3+v_{n+1}+3+v_{n+2}+3...+v_{n+2022}+3\right)$

$P_n=\frac{1}{12}\left(S_n+3\times 2023\right)$.

التمرين الرابع — 07

.I الدالة g معرفة على المجال $]0,+\infty[$ بـ: $g(x)=-x-\ln x$ — 0.5

1) أ- $g'(x)\prec 0$ ومنه الدالة g متناقصة.

ب- بما أن الدالة g رتيبة و $g(0.56)\times g(0.57)\prec 0$ — 0.25

فإن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α حيث $0,56<\alpha<0,57$

إشارة $g(x)$: — 0.25

x	0		α		$+\infty$
g(x)	‖	+	0	−	

2) أ- من اجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ نجد: $f(x)=\frac{-1+(x-1)\ln x}{x}$ — 0.5

$\lim_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim_{x\to 0}f(x)=+\infty$ — 0.25

$x=0$ معادلة المستقيم المقارب للمنحنى (C)

ب -من اجل كل x من المجال $]0,+\infty[$ نجد: $f'(x)=\frac{-g(x)}{x^2}$ — 0.5

إشارة $f'(x)$ عكس إشارة $g(x)$

جدول تغيرات الدالة f على المجال $]0,+\infty[$: — 0.75

x	0		α		$+\infty$
f'(x)	‖	−	0	+	
f(x)	‖ $+\infty$	↘	$f(\alpha)$	↗	$+\infty$

3) حسب مبرهنة القيم المتوسطة المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلين x_0 و x_1 حيث $0,2<x_0<0,3$ و $2,2<x_1<2,3$ إذا المنحنى (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطتين — 0.5

4) **من** $g(\alpha)=0$ لدينا $\ln\alpha=-\alpha$ وبالتعويض نجد: $f(\alpha)=-\alpha+1-\frac{1}{\alpha}$ — 0.25

حصر $f(\alpha)$ — 0.25

$-1.35\le f(\alpha)\le -1.31$

5) لدينا $\lim\limits_{x\to+\infty}\left[f(x)-\ln x\right]=\lim\limits_{x\to+\infty}\left[\dfrac{-1-\ln x}{x}\right]=0$ **0.5**

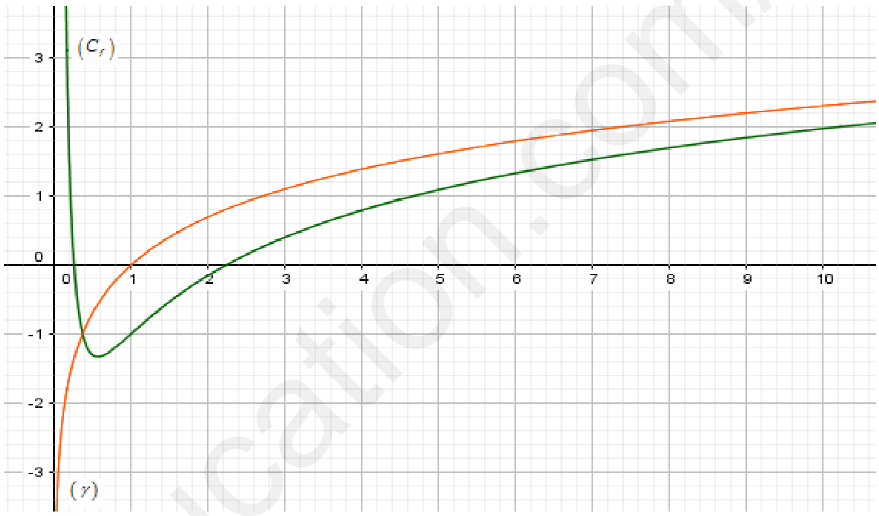
ومنه المنحنى (γ) هو منحنى مقارب للمنحنى (C_f)

– وضعية (C_f) بالنسبة إلى (γ): **0.5**

x	0	e^{-1}	$+\infty$
f(x)-lnx	$+$	0	$-$
الوضع النسبي	(C_f) فوق (γ)	تقاطع	(C_f) تحت (γ)

6) أ– حساب $f(1)$ ، $f(2)$ و $f(e)$

ارسم (γ) و (C_f) **0.5**



ب) المناقشة البيانية لعدد حلول المعادلة: $f(x)=m$ **0.5**

$m \prec f(\alpha)$ لا يوجد حلول

$m=f(\alpha)$ يوجد حل وحيد

$m \succ f(\alpha)$ يوجد حلين مختلفين

7) حساب المساحة A :

$$A=\left[\ln x+\frac{1}{2}(\ln x)^2\right]_{\alpha}^{e}=\frac{3}{2}-\ln\alpha-\frac{1}{2}(\ln\alpha)^2$$ **0.5**

– التحقق أن: $A=\dfrac{(1+\alpha)(3-\alpha)}{2}$ بتعويض $\ln\alpha=-\alpha$ **0.25**

حصر A :

$1.89 \prec A \prec 1.91$ **0.25**

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية الوطنية
وزارة التربية الوطنية

الحل النموذجي لبكالوريا التجريبي دورة ماي 2022 | **الشعبة : تقني رياضي**

الموضوع الثاني التصحيح النموذجي للبكالوريا التجريبي مادة الرياضيات

<table>
<tr><th rowspan="2">محاور الموضوع</th><th rowspan="2">عناصر الإجابة</th><th colspan="2">العلامة</th></tr>
<tr><th>مجزأة</th><th>كاملة</th></tr>
<tr><td>التمرين الأول</td><td>
حل التمرين الأول:
1-الإجابة الصحيحة هي : (ب)
التبرير : $3y'-2y+6=0$
يكافئ $y'=\frac{2}{3}y-2$
$y=ce^{\frac{2}{3}x}+3$
ومنه $f(x)=ce^{\frac{2}{3}x}+3$
2-الإجابة الصحيحة هي: (ب)
التبرير: $D=]1;+\infty[$ $\ln(x-1)+\ln(x+2)\leq 2\ln 2.........(1)$
(1) يكافئ $\ln[(x-1)(x+2)]\leq \ln 4$
تكافئ $x^2+2x-x-2\leq 4$
$x^2+x-6\leq 0$
ومنه $S=]1;2]$
3--الإجابة الصحيحة هي: (أ)
التبرير: $f(x)=xe^{-x}$
$f'(x)=xe^{-x\ln 2}$
يكافئ $f'(x)=e^{-x\ln 2}+(-\ln 2)e^{-x\ln 2}.x$
$f'(x)=e^{-x\ln 2}(1-x\ln 2)$
ومنه $f'(x)=(1-x\ln 2)e^{-x\ln 2}$
4---الإجابة الصحيحة هي: (ج)
</td><td>01ن

01ن

01ن

01ن</td><td>05 ن</td></tr>
</table>

	التبرير: $\int_1^x \frac{\ln t}{t^2}dt = [\frac{-\ln t}{t}]_1^x - \int_1^x \frac{-1}{t^2}dt$ $= \frac{-\ln x}{x} - [\frac{1}{t}+c]_1^x$ $= \frac{-\ln x}{x} - (\frac{1}{x}+c-1-c)$ $= \frac{-\ln x - 1 + x}{x}$	01ن	
	5-الإجابة الصحيحة هي: (أ) التبرير: $f(x)=\ln(x^2+2x+3)$ $f(-2-x)=\ln[(-2-x)^2+2(-2-x)+3]$ $=\ln(4+x^2+4x-4-2x+3)$ $=\ln(x^2+2x+3)$ $=f(x)$		
	التمرين الثالث: أ-) تحديد اتجاه تغير الدالة f على المجال $[0,+\infty[$ الدالة f قابلة للإشتقاق على المجال $[0,+\infty[$ و $f'(x)=\frac{2}{(x^2+1)\sqrt{x^2+1}} \succ 0$ هذا يعني الدالة f متزايد تماماعلى المجال $[0,+\infty[$		04ن
	1-ب) نبين إذا كان $1 \le x \le \sqrt{3}$ فإن $1 \le f(x) \le \sqrt{3}$ لدينا من أجل $1 \le x \le \sqrt{3}$ فإن $f(1) \le f(x) \le f(\sqrt{3})$ (لأن الدالة f متزايدة تماما على المجال $\left[1,\sqrt{3}\right]$)ومنه $\sqrt{2} \le f(x) \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le \sqrt{2} \le f(x) \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le f(x) \le \sqrt{3}$ وهو المطلوب	0.5ن	
	2-أ) تمثيل الحدود u_0,u_1 و u_2 على محور الفواصل نسقط النقطة $M_0(u_0=1,u_1)$ على (Δ) وفق (ox) ثم نسقط نقطة المحصل عليها على (C_f) وفق (oy) نحصل على النقطة $M_1(u_1,u_2)$ وهكذا نكرر العملية نحصل على M_2	0.25ن	

0.25ن

ب)يبدو من خلا ل الرسم المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$ ومتقاربة نحو العدد $\sqrt{3}$

2-ب) لنبرهن بالتراجع من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$.

لنتحقق من أجل $n=0$ أي : $1 \le u_0 = 1 \le \sqrt{3}$ (محققة)

نفرض أن : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ و لنثبت : $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$

لدينا فرضا : $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه : $f(1) \le f(u_n) \le f(\sqrt{3})$ (حسب سؤال رقم 1-ب) ومنه $1 \le u_{n+1} \le \sqrt{3}$ صحيحة

0.5ن

وبالتالي $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ صحيحة

ج) نبين من أجل كل عدد طبيعي n : $u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n: $u_{n+1} - u_n = \dfrac{2u_n}{\sqrt{u_n^2+1}} - u_n = \dfrac{2u_n - u_n\sqrt{u_n^2+1}}{\sqrt{u_n^2+1}} = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}}$ لدينا من أجل كل

عدد طبيعي n: $1 \le u_n \le \sqrt{3}$ ومنه $1 \le u_n^2 \le 3$ ومنه $2 \le u_n^2 + 1 \le 4$

ومنه $\sqrt{2} \le \sqrt{u_n^2+1} \le 2$ ومنه $-2 \le -\sqrt{u_n^2+1} \le -\sqrt{2}$ ومنه $0 \le 2-\sqrt{u_n^2+1} \le 2-\sqrt{2}$ وبالتالي:

0.25ن

$u_{n+1} - u_n = \dfrac{u_n(2-\sqrt{u_n^2+1})}{\sqrt{u_n^2+1}} \ge 0$ وعليه المتتالية (u_n) متزايدة على $\mathbb{N}$

بما ان المتتالية (u_n) متزايدة ومحدودة من الاعلى فهي متقاربة

3)نبين (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

لدينا من أجل كل عدد طبيعي n:

$$v_{n+1} = \frac{u_{n+1}^2}{3-u_{n+1}^2} = \frac{\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}}{3-\dfrac{4u_n^2}{u_n^2+1}} = \frac{4u_n^2}{u_n^2+1} \times \frac{u_n^2+1}{-u_n^2+3} = 4\left(\frac{u_n^2}{3-u_n^2}\right) = 4v_n$$

0.25ن

ومنه (v_n) متتالية هندسية أساسها $q=4$ وحدها الاول $v_0=\frac{1}{2}$

عبارة الحد العام v_n بدلالة n : $v_n=\frac{1}{2}(4)^n$ أي $v_n=2^{2n-1}$ — 0.25ن

عبارة الحد العام u_n بدلالة n : بوضع $v_n=y$ و $u_n=x$ المساواة $v_n=\dfrac{u_n^2}{3-u_n^2}$ تكافيء

$y=\dfrac{x^2}{3-x^2}$ أي $y\left(3-x^2\right)=x^2$ أي $3y-yx^2=x^2$ أي $3y=yx^2+x^2=x^2(y+1)$ أي

$x^2=\dfrac{3y}{1+y}$ هذا يعني: $u_n^2=\dfrac{3v_n}{1+v_n}$ هذا يعني $u_n=\sqrt{\dfrac{3v_n}{1+v_n}}$ أو $u_n=-\sqrt{\dfrac{3v_n}{1+v_n}}$ بماأن — 05ن

المتتالية (u_n) موجبة فإن: $u_n=\sqrt{\dfrac{3v_n}{1+v_n}}$ أي $u_n=\sqrt{\dfrac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}}$

حساب $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$ لدينا: $\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3(2^{2n-1})}{1+(2^{2n-1})}=\lim\limits_{n\to+\infty}\dfrac{3(2^{2n-1})}{(2^{2n-1})}=3$ لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty}2^{2n-1}=+\infty$ ومنه $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=\sqrt{3}$ — 0.25ن

حساب بدلالة n الجداء: $p_n=\dfrac{\left(u_0\times u_1\times\cdots\times u_n\right)^2}{\left(3-u_0{}^2\right)\left(3-u_1{}^2\right)\cdots\left(3-u_n{}^2\right)}$ — 0.25ن

$$
\begin{aligned}
p_n&=v_0\times v_1\times v_2\cdots\times v_n=v_0\times v_0\times q\cdots\times v_0\times q^n\\
&=v_0{}^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n}\\
&=v_0^{n+1}\times q^{1+2+\cdots+n}\\
&=\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\times q^{\frac{n(n+1)}{2}}\\
&=2^{-n-1}\times 2^{n^2+n}\\
&=2^{n^2-1}
\end{aligned}
$$

— 0.25ن

حل التمرين الثاني:

الجزءالاول:

تحديد وضعية المنحني (Γ) بالنسبة إلى (Δ)

لدينا من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$ أعلى (Δ) — 0.25ن

ومن أجل $x\in]\alpha,0[$ (Γ) أسفل (Δ)

ومن أجل $x=\alpha$ أو $x=0$ لدينا $(\Gamma)\cap(\Delta)=\left\{(\alpha,\alpha+2),(0,2)\right\}$ — 0.25ن

07ن

تحديد إشارة $g(x)$:

لدينا $g(x)=0$ من أجل $x=\alpha$ أو $x=0$

$g(x)\succ 0$ من أجل $x\in]\alpha,0[$ و $g(x)\prec 0$ من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$

الجزء الثاني: f دالة معرفة على $\mathbb{R}$ ب: $f(x)=2(ex-3)+(x+3)e^{-x+1}$

حساب النهايات: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=-\infty$ لأن $\lim\limits_{x\to-\infty} 2(ex-3)=-\infty$ و

$$\lim_{x\to-\infty}(x+3)e^{-x+1}=-\infty$$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty+\infty$ (حالة عدم التعيين) إزالتها

0.25ن

لديا: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} 2(ex-3)+e\left(\dfrac{x}{e^x}+\dfrac{3}{e^x}\right)=+\infty$

لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{x}{e^x}+\dfrac{3}{e^x}=0$

نبين من أجل كل عدد حقيقي: $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

الدالة f قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و عبارة دالتها المشتقة هي :

$f'(x)=2e+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}=2e\left(e^{-x+1}\right)\left(e^{+x-1}\right)+e^{-x+1}-(x+3)e^{-x+1}$ ومنه.

0.50ن

$$f'(x)=\left(e^{-x+1}\right)\left[2e\times e^{x-1}+1-x-3\right]=e^{-x+1}(2e^x-x-2)=-e^{-x+1}(-2e^x+x+2)$$

ومنه : $f'(x)=-g(x)e^{-x+1}$

حساب $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}$

0.25ن

لدينا $\lim\limits_{h\to0}\dfrac{f(\alpha+h)-f(\alpha)}{h}=f'(\alpha)=0$

التفسير الهندسي: (C_f) يقبل مماس عند نقطة ذات الفاصلة α موازي لحامل محور فواصل

دراسة اتجاه تغير الدالة f **:** إشارة $f'(x)$ من إشارة $-g(x)$

0.25ن

$f'(x)=0$ من أجل $x=0$ أو $x=\alpha$

$f'(x)\succ 0$ من أجل $x\in]-\infty,\alpha[\cup]0,+\infty[$ معناه الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين

$]-\infty,\alpha[$ و $]0,+\infty[$

$f'(x) \prec 0$ من أجل $x \in]0,\alpha[$ معناه الدالة f متناقصة تماما على المجال $]0,\alpha[$.

جدول تغيرات الدالة f

0.75ن

2-أ)نبين أن المستقيم (D) ذو المع

لدينا: $\lim_{x\to+\infty} f(x)-y = \lim_{x\to+\infty}(x+3)e^{-x+1} = \lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{e^x}+\frac{3}{e^x}\right)e = 0$

دراسة وضعية (C_f) بالنسبة إلى (D) : لدينا $f(x)-y=(x+3)e^{-x+1}$

إشارة $f(x)-y$ من إشارة العدد $x+3$ ومنه على المجال $]-\infty,-3]$ (C_f) أسفل (D)

0.5ن

وعلى المجال $[-3,+\infty[$ (C_f) أعلى (D) ومن أجل $x=-3$ (C_f) يقطع (D) في نقطة $(-3,2(-3e-3))$

نبين أن المنحني (C_f) يقبل نقطة انعطاف: لدينا f' قابلة للإشتقاق على □ و

$f''(x)=(x+1)e^{-x+1}$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f''(x)$	$-$	0	$+$

0.25ن

$f''(x)$ تنعدم عند قيمة $x_0=-1$ مغيرة إشارتها وعليه النقطة $A(1,f(1)=2e-2)$ نقطة انعطاف للمحني البياني (C_f)

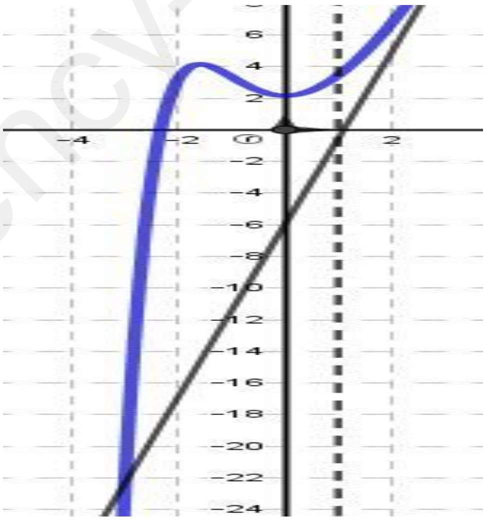
نبين أن (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فا صلتها β بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$

0.5ن

لدينا الدالة f معرفة و مستمرة و رتيبة تماما على المجال $]-\infty,\alpha]$ و بالخصوص على المجال $[-2,4,-2,3]$ومن جهة أخرى لدينا $f(-2,3)\times f(-2,4)<0$ إذن حسب مبرهنة القيم

المتوسطة فإن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا β حيث : $-2,4<\beta<-2,3$ أي (C_f) يقطع محور الفواصل في نقطة فا صلتها β بحيث: $-2,4<\beta<-2,3$

0.25ن



رسم المنحني (C_f) و (D)

إيجاد العددين الحقيقيين a و b بحيث

حتى تكون الدالة $x \to (ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية لدالة

$x \to (x+3)e^{-x+1}$ على □

0.50ن

تكون الدالة $x \to (ax+b)e^{-x+1}$ هي دالة أصلية

للدالة $x \to (x+3)e^{-x+1}$ إذا وفقط تحقق ما يلي من أجل كل

	عدد حقيقي x لدينا: $ae^{-x+1}-(ax+b)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ أي $(-ax-b+a)e^{-x+1}=(x+3)e^{-x+1}$ بالمطابقة نجد : $-a=1$ و $-b+a=3$ ومنه نجد $a=-1$ و $b=-4$ حساب مساحة الحيز المحددة بين المستقيمين: $x=1$ و $x=n$ بحيث $n\succ 1$ والمستقيم (D) $I_n=\int_1^n [f(x)-y]dx=\left[-(x+4)e^{-x+1}\right]_1^n=-(n+4)e^{-n+1}+5$ ومنه $\lim_{n\to+\infty} I_n=\lim_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}+5=+5$ لأن: $\lim_{n\to+\infty}-(n+4)e^{-n+1}=\lim_{n\to+\infty}-(\frac{n}{e^n}+\frac{4}{e^n})e=0$ ***حل التمرين الرابع:***) إيجاد α و β : لدينا $\begin{cases}A=\beta+8.9^1+\alpha.9^2+2.9^3\\A=\beta+7+\alpha.7^2+5.7^3\end{cases}$ أي $\begin{cases}A=\beta+81\alpha+1530\\A=\beta+49\alpha+1722\end{cases}$ ومنه $32\alpha-192=0$ وبالتالي $\alpha=\frac{192}{32}=6$ نعوض α في الجملة نجد: $\begin{cases}A=\beta+2016\\A=\beta+2016\end{cases}$ لدينا $A\equiv 0[7]$ أي $\beta+2016\equiv 0[7]$	0.5ن 0.5ن 0.5ن 0.5ن 0.5ن	

$\beta \equiv 0[7]$

$\beta = 7k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

بماأن $0 \leq \beta < 7$ — 0.25ن

فإن $\beta = 0$

ومنه $\alpha = 6$ و $\beta = 0$ — 0.25ن

•كتابة العدد A في النظام العشري:

لدينا $\alpha = 6$ و $\beta = 0$

$A = \beta + 81\alpha + 1530$

$A = 0 + 81(6) + 1530$

ومنه $A = 2016$ — 0.4ن

2) حساب PGCD :

$PGCD(2016; 2268; 2772) = 252$ — 0.7ن

3) لدينا المعادلة (E) $2772x - 2268y = 2016$ تكافئ $11x - 9y = 8$ .....(*)

إيجاد $(x_0; y_0)$:

لدينا $x_0 + y_0 = 8$ تكافئ $x_0 = 8 - y_0$

بالتعويض في (*) نجد: $11(8 - y_0) - 9y_0 = 8$ تكافئ $88 - 11y_0 - 9y_0 = 8$

تكافئ $88 - 20y_0 = 8$

تكافئ $y_0 = 4$

ومنه $(x_0; y_0) = (4; 4)$

• استنتاج مجموعة حلول المعادلة(E):

$$\begin{cases} 11x - 9y = 8 ....(*) \\ 11(4) - 9(4) = 8 \end{cases}$$

ومنه $11(x-4) - 9(y-4) = 0$ تكافئ $11(x-4) = 9(y-4)$

أي $11 / 9(y-4)$

و $\text{PGCD}(11; 9) = 1$

حسب مبرهنة غوص : $11 / y - 4$

أي $y - 4 = 11k \quad ; \quad k \in \mathbb{Z}$

ومنه $y=11k+4$	ن0.25
بالتعويض في (*) نجد $11x-9(11k+4)=8$ تكافئ $11x-99k-36=8$	
تكافئ $11x=99k+44$	ن0.50
تكافئ $x=9k+4$	
ومنه: $S=\{(9k+4;11k+4)/k\in\mathbb{Z}\}$	
❖) إيجاد قيم d:	
$\begin{cases} d/x \\ d/y \end{cases}$ هذا يعني $d/11x-9y$	ن0.25
أي $d/8$	ن0.25
و منه $d\in\{1;2;4;8\}$	
2) استنتاج الثنائية $(x;y)$:	
لدينا $PGCD(x;y)=2$ يكافئ $\begin{cases} 2/(11k+4) \\ 2/(9k+4) \end{cases}$	
يكافئ $\begin{cases} 11k+4\equiv 0[2] \\ 9k+4\equiv 0[2] \end{cases}$	
يكافئ $\begin{cases} k\equiv 0[2] \\ k\equiv 0[2] \end{cases}$	
أي $k=2k'$; $k'\in\mathbb{Z}$	ن01
ومنه $\begin{cases} x=11(2k')+4 \\ y=9(2k')+4 \end{cases}$	
إذن $S=\{(22k'+4;18k'+4)\}$	
	ن0.5

		0.5ن	