الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية — مديرية التربية لولاية باتنة

امتحان البكالوريا التجريبي — دورة: ماي 2022

شعبة: التقني رياضي — ثانوية عياش مقلاتي الحاسي

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 04 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

## الموضـــــــــوع الأول

### التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المتتاليتين العدديتين $(u_n)$ و $(v_n)$ المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases} u_0 = 1; u_1 = 3 \\ u_{n+2} = \alpha u_{n+1} - (\alpha - 1)u_n \end{cases}$ بحيث $\alpha \in \mathbb{R} - \{0;1\}$ و $v_n = u_{n+1} - u_n$.

**I.** نأخذ $\alpha = 2$.

1. بين أن المتتالية $(v_n)$ ثابتة.
2. استنتج أن $(u_n)$ متتالية حسابية يطلب تعيين أساسها.

**II.** نأخذ $\alpha = \frac{3}{2}$.

1. بين أن $(v_n)$ متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{2}$ يطلب حساب حدها الأول.
2. اكتب $v_n$ بدلالة $n$، ثم استنتج اتجاه تغير المتتالية $(u_n)$.
3. برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي $n$: $u_n = 5 - \frac{1}{2^{n-2}}$، ثم احسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$.
4. احسب بدلالة $n$ المجموع $S_n$ بحيث: $S_n = u_0 + u_1 + \dots\dots + u_n$.

### التمرين الثاني: 04 نقاط

أجب بصحيح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1. العددان الطبيعيان $a_n$ و $b_n$ بحيث: $a_n = 3^{n+1} - 1$ و $b_n = 3^n$ أوليان فيما بينهما.
2. أساس التعداد الذي يكون فيه: $\overline{2003} = \overline{21} \times \overline{43}$ هو العدد الطبيعي 8.
3. تكون المتتالية $(u_n)$ المعرفة على $\mathbb{N}$ بـ: $\begin{cases} u_0 = \alpha \\ u_{n+1} = \dfrac{2}{\sqrt{4 - u_n^2}} \end{cases}$ بحيث $\alpha \in [0;2[$ ثابتة من أجل $\alpha = \sqrt{2}$.
4. التمثيل البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد متجانس للدالة $x \mapsto \ln x$ يقبل مماسا وحيدا يمر من مبدأ المعلم.



ency-education.com/exams
3as.ency-education.com

**التمرين الثالث:05 نقاط**

**I.** **1.** ادرس حسب قيم العدد الطبيعي $m$ بواقي القسمة الإقليدية للعدد $4^m$ على العدد $13$.

**2.** بين أن العدد $2019^{1443}-3^{2022}+2\times 1990^{1962}$ مضاعف للعدد $13$.

**3.** عين قيم العدد الطبيعي $n$ التي يكون من أجلها $2^{12m+2}+2m+1\equiv 0[13]$.

**II.** نعتبر الأعداد الطبيعية $a$ ، $b$ و $d$ بحيث $a=4n+3$ ، $b=7n+2$ و $d=PGCD(a;b)$.

1. بين أن $d=1$ أو $d=13$ ثم أثبت أنه إذا كان $d=13$ فإن: $n\equiv 9[13]$.
2. عين قيمة $d$ من أجل $n=2019^{1954}$.
3. ليكن العددان الطبيعيان: $A=4n^2+7n+3$ و $B=7n^2+9n+2$.

أ) بين أن العددين $A$ و $B$ يقبلان القسمة على $n+1$.

ب) جد بدلالة $n$ و حسب قيم $n$ القاسم المشترك الأكبر للعددين $A$ و $B$.

**التمرين الرابع:07 نقاط**

**I.** نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بالعبارة: $g(x)=(x^2+x-1)e^{x+1}+1$.

1. ادرس تغيرات الدالة $g$.
2. أ) بين أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلين أحدهما العدد $-1$ والآخر $\alpha$ بحيث $0,5<\alpha<0,52$.

ب) استنتج حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$.

**II.** الدالة $f$ معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=(x^2-x)e^{x+1}+x-1$ و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. أ) تحقق أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f(x)=(x-1)(exe^x+1)$، ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

ب) بين أنه من أجل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة $f$.

ج) أثبت أن $(C_f)$ يقبل نقطتي انعطاف يطلب تعيين احداثيتيهما.

2. اكتب معادلة للمماس $(T)$ لـ $(C_f)$ في النقطة ذات الفاصلة $0$.
3. بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ عند $-\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(\Delta)$.
4. أ) احسب $f(1)$ ثم أنشئ كلا من $(\Delta)$، $(T)$ و ارسم $(C_f)$. يعطى $f(\alpha)\approx -1,62$

ب) عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي $m$ التي من أجلها تقبل المعادلة $f(x)=mx-1$ ثلاث حلول متمايزة.

5. أ) بين أن الدالة $F$ المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $F(x)=\frac{1}{2}x^2-x+(x^2-3x+3)e^{x+1}$ دالة أصلية للدالة $f$ على $\mathbb{R}$.

ب) احسب $A$ مساحة الحيز المحدد بـ: $(C_f)$ و حامل محور الفواصل بين العددين $-1$ و $1$.

**انتهــــــــى الموضوع الأول**



3as.ency-education.com

## الموضـــــوع الثانـــــي

### التمرين الأول: 04 نقاط

نعتبر المعادلة $(E)$ ذات المجهول $(x;y)$ : $5x-3y=14$ بحيث $x$ و $y$ عددان صحيحان.

1. جد الحل $(x_0;y_0)$ للمعادلة $(E)$ والذي يحقق $y_0=2x_0$، ثم حل المعادلة $(E)$.
2. بين أنه إذا كانت الثنائية $(x;y)$ حلا للمعادلة $(E)$ فإن $x$ و $y$ أوليان فيما بينهما.
3. استنتج قيم العدد الصحيح $\lambda$ التي تحقق: $\begin{cases}\lambda\equiv 17[3]\\ \lambda\equiv 3[5]\end{cases}$، ثم عين باقي قسمة العدد $\lambda$ على 15.
4. عين جميع الثنائيات $(x;y)$ حلول المعادلة $(E)$ بحيث: $|2x-y|\le 1$
5. ليكن $N$ عددا طبيعيا يكتب $2\alpha1\beta$ في النظام ذي الأساس 10 بحيث $\alpha$ و $\beta$ عددان طبيعيان.
   - ✓ جد الثنائيات $(\alpha;\beta)$ التي من أجلها يكون العدد $N$ قابلا للقسمة على 3 و 5.

### التمرين الثاني: 05 نقاط

الجزء الأول: في الوثيقة المرفقة $(C_f)$ هو التمثيل البياني للدالة $f$ المعرفة على المجال $I=[0;2]$ بـ: $f(x)=\dfrac{2x+1}{x+2}$ و $(\Delta)$ المستقيم ذا المعادلة $y=x$، باستعمال الوثيقة المرفقة أجب على السؤالين التاليين:

1. حدد اتجاه تغير الدالة $f$ على المجال $I$.
2. حدد الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(\Delta)$.

الجزء الثاني: نعتبر المتتاليتين $(u_n)$ و $(v_n)$ المعرفتين على $\mathbb{N}$ كما يلي: $\begin{cases}u_0=0\\ u_{n+1}=f(u_n)\end{cases}$ و $\begin{cases}v_0=2\\ v_{n+1}=f(v_n)\end{cases}$.

1. باستعمال الوثيقة المرفقة مثل على حامل محور الفواصل الحدود الأربعة الأولى لكل من المتتاليتين $(u_n)$ و $(v_n)$ دون حسابها مبرزا خطوط الرسم.
2. أ) برهن بالتراجع أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $0\le u_n<1$ و $1<v_n\le 2$.

   ب) استنتج اتجاه تغير كل من المتتاليتين $(u_n)$ و $(v_n)$.
3. أ) بين أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $v_{n+1}-u_{n+1}=\dfrac{3(v_n-u_n)}{(v_n+2)(u_n+2)}$.

   ب) أثبت أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $0<v_{n+1}-u_{n+1}\le\dfrac{3}{4}(v_n-u_n)$.

   ج) بين أنه من أجل $n\in\mathbb{N}$: $0<v_n-u_n\le\left(\dfrac{3}{4}\right)^n(v_0-u_0)$، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}(v_n-u_n)$.

   د) استنتج أن المتتاليتين $(u_n)$ و $(v_n)$ متجاورتان، ثم احسب نهاية كل من $(u_n)$ و $(v_n)$.



3as.ency-education.com

**التمرين الثالث:04 نقاط**

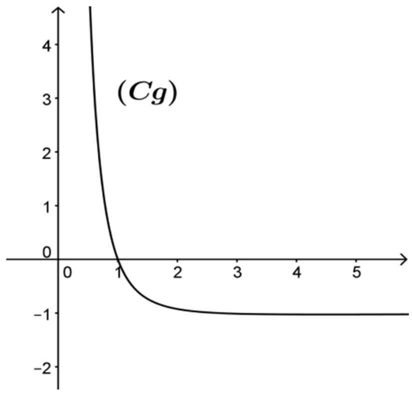
نعتبر الدالتين $f$ و $g$ المعرفتين على المجال $D=[0;\ln 2]$ بـ $f(x)=\dfrac{e^{2x}}{e^x+1}$ ، $g(x)=\dfrac{1}{e^x+1}$ ، وليكن $(C_f)$ و $(C_g)$ تمثيليهما البيانيين على الترتيب في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(o;\vec{i},\vec{j})$.

نضع $I=\int_0^{\ln 2} f(x)dx$ و $J=\int_0^{\ln 2} g(x)dx$.

1. بين أنه من أجل $x\in D$ : $\dfrac{1}{3}\le g(x)\le \dfrac{1}{2}$ ، ثم أعط حصرا للتكامل $J$.
2. أثبت أن $I-J=\int_0^{\ln 2}(e^x-1)dx$ ، ثم استنتج مساحة الحيز المحدد بـ $(C_f)$ و $(C_g)$ و المستقيمين اللذين معادلتيهما: $x=\ln 2$ و $x=0$.
3. أ) تحقق أنه من أجل $x\in D$ : $f(x)=e^x-\dfrac{e^x}{e^x+1}$ ، ثم احسب التكامل $I$.

ب) استنتج قيمة التكامل $J$ ، ثم فسر النتيجة هندسيا.

**التمرين الرابع: 07 نقاط**




I. الدالة $g$ معرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ $g(x)=\dfrac{1-\ln x}{x^2}-1$ ، و $(C_g)$ تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل.

✓ بقراءة بيانية حدد حسب قيم $x$ إشارة $g(x)$.

II. الدالة $f$ معرفة على المجال $]-\infty;2[$ بـ : $f(x)=1-x-\dfrac{\ln(2-x)}{2-x}$

و $(C_f)$ تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1. بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ، ثم احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ <}} f(x)$.
2. أ) بين أنه من أجل $x\in]-\infty;2[$ : $f'(x)=g(2-x)$.

ب) استنتج أن الدالة $f$ متزايدة على المجال $[1;2[$ و متناقصة على المجال $]-\infty;1]$ ثم شكل جدول تغيراتها.
3. عين دون حساب $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{f(x)}{x-1}$ ثم فسر النتيجة هندسيا.
4. أ) بين أن المستقيم $(\Delta)$ ذا المعادلة $y=1-x$ مقارب مائل لـ $(C_f)$ عند $-\infty$ ، ثم ادرس الوضع النسبي لـ $(C_f)$ و $(\Delta)$.

ب) بين أن $(C_f)$ يقبل مماسا $(T)$ موازيا لـ $(\Delta)$ يطلب كتابة معادلة له.
5. أ) احسب $f(0)$ ، ثم أنشئ $(\Delta)$ و ارسم $(C_f)$.

ب) احسب $A$ مساحة الحيز المحدد بـ $(C_f)$ ، $(\Delta)$ و المستقيمين اللذين معادلتيهما $x=2-e$ و $x=1$.

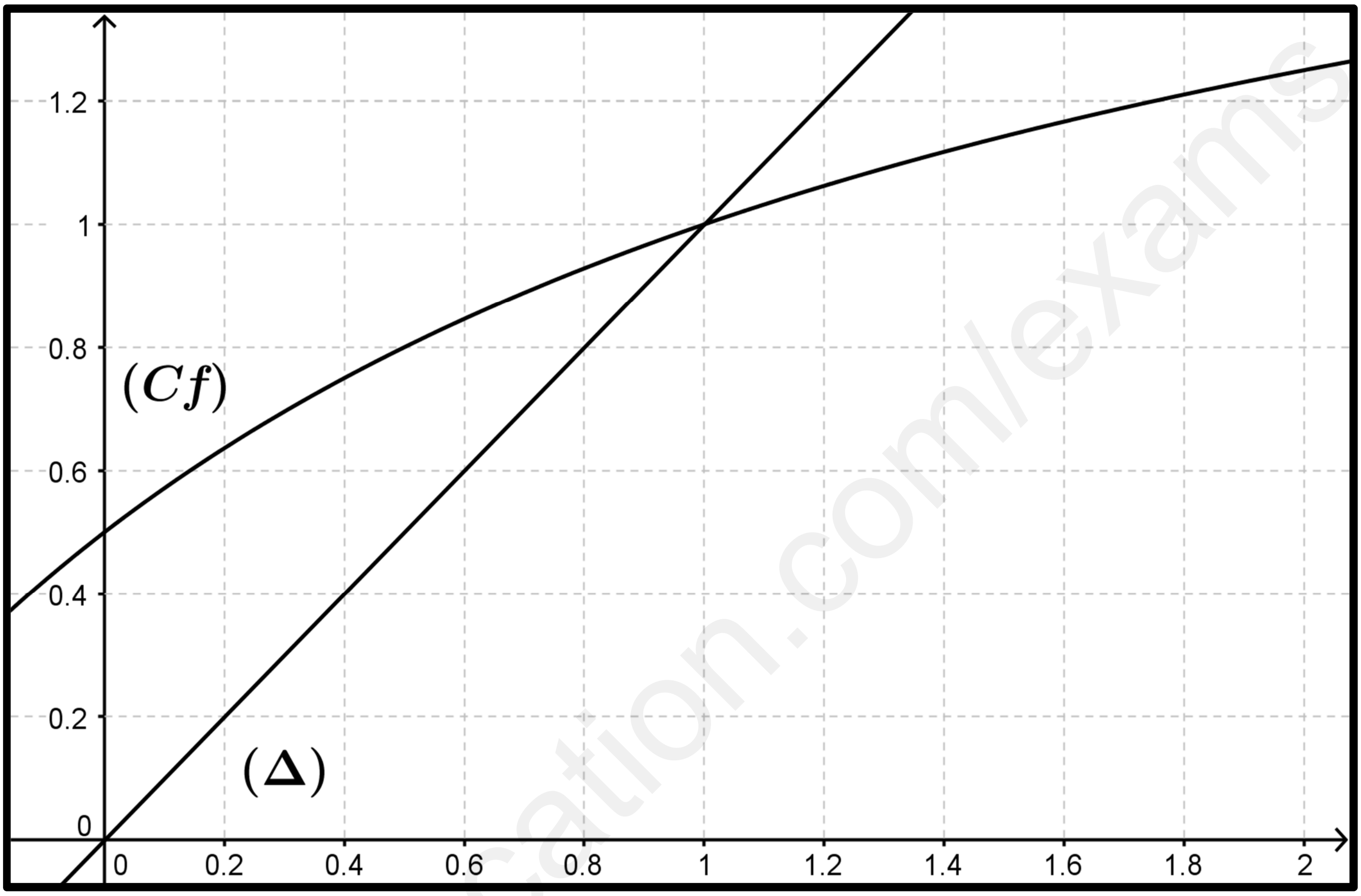
**انتهــــــــــى الموضـــــوع الثاني**



3as.ency-education.com

الوثيقة المرفقة

الاسم: | اللقب:






3as.ency-education.com