الجمهورية الجزائرية اليمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للإمتحانات والمسابقات
إمتحان بكالوريا تجريبي
ثانوية: الشهيد صحيح أمحمد – الرمكة

دورة: **2022**
الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات
المدة: **03** ساعات و**30**د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

يحتوي صندوق على خمس كرات بيضاء, ثلاثة حمراء وكرتين سوداوين متشابهة لا نفرق بينها باللمس.
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق.
نعتبر الحادثتين : A"الحصول على كرة حمراء واحدة فقط ", B "الحصول على كرة بيضاء على الأقل" .

1) بين أن : $P(A)=\frac{1}{2}$, ثم أحسب $P(B)$ احتمال الحدث B .

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل مخرج عدد الكرات الحمراء المسحوبة .
أ) عين قيم المتغير العشوائي X.
ب) بين أن : $P(X=0)=\frac{1}{6}$ و $P(X=2)=\frac{3}{10}$

3) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X ثم أحسب أمله الرياضي $E(X)$

4) أحسب الانحراف المعياري $\sigma(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصح أو خطأ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

1) الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $f(x)=\ln(x^2+2x+3)$
من أجل كل عدد حقيقي x لدينا: $f(-2-x)=f(x)$

2) (u_n)متتالية هندسية أساسها e وحدها الأول u_0 حيث $u_0=e^{-\frac{1}{2}}$, نضع من أجل كل عدد طبيعي n,
$S_n=\ln(u_0\times u_1\times...\times u_n)$, S_n يساوي : $\frac{n^2+1}{2}$

3) الدالة g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ بـ : $g(x)=2x+1+\frac{1}{x^2}$, دالتها الأصلية G على المجال $]0;+\infty[$ والتي تنعدم من أجل القيمة 1 معرفة بـ : $G(x)=x^2+x-\frac{1}{x}-1$

4) يتكون فريق عمل من 4 اناث و3 ذكور, يراد تشكيل لجنة تضم 3 أعضاء . احتمال أن تكون اللجنة من الجنسين هو: $\frac{6}{7}$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

I. (u_n)المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=\alpha$ (α عدد حقيقي) ومن أجل كل عدد طبيعي n:

$$u_{n+1}=\frac{46}{47}u_n+43$$

جد قيمة α حتى تكون المتتالية (u_n) ثابتة.

II. نفرض أن : $\alpha = 2022$

نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كمايلي : $V_n = U_n - 2021$

1) بين أن المتتالية (v_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول

2) أكتب عبارة v_n بدلالة n, ثم استنتج u_n بدلالة n.

3) أدرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

4) أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n$

5) نضع من أجل كل عدد طبيعي n, $S_n = \frac{u_0}{v_0} + \frac{u_1}{v_1} + ... + \frac{u_n}{v_n}$

- أحسب S_n بدلالة n, ثم أحسب $\lim\limits_{n \to +\infty} \frac{S_n}{n}$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I. نعتبر الدالة العددية g المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كمايلي : $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} g(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x)$.

2) أدرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

3) بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.31 < \alpha < 1.32$ ثم استنتج إشارة $g(x)$.

II. لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - e + \frac{1 - \ln x}{x}$, (C_f) المنحني الممثل للدالة f في المستوي المنسوب الى المعلم المتعامد والمتجانس $(o;\vec{i};\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1) أحسب $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 0} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ وفسر النتيجة الأولى هندسيا .

2) أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) يطلب تعيين معادلته .

3) أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) والمستقيم (D).

4) بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فان : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$

5) استنتج اتجاه تغير الدالة f , ثم شكل جدول تغيراتها.

6) أثبت أن : $f(\alpha) = 2\alpha - e - \frac{1}{\alpha}$, ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

7) أ) بين أن المنحني (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (D) في نقطة يطلب تعيين احداثياتها.

ب)أكتب معادلة ديكارتية للمماس (T) .

8) أنشئ (T) والمنحنى (C_f).

9) نسمي $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحددة بالمنحنى (C_f) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتيهما $x = \alpha$ و $x = e$

- بين أن : $A(\alpha) = 2(\alpha^2 - 1)^2 cm^2$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط)

جمعية خيرية تتكون من 7 رجال و5 نساء من بينهم رجل اسمه أنس , نريد تشكيل لجنة بها 3 أعضاء.

1) ماهو عدد اللجان التي يمكن تشكيلها في حالة أعضاء اللجنة لهم نفس المهام.
2) أحسب احتمال الحوادث التالية : A " اللجنة تضم أنس "
   B " اللجنة تتكون من رجلين و امرأة "
   C" اللجنة بها رجل واحد على الأقل"
   D" اللجنة مكونة من امرأة على الأكثر" .
3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق بكل اختيارعدد الرجال الذين يحملون اسم أنس في اللجنة المكونة .
   أ) عين قيم المتغير X .
   ب) عرف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X وأحسب أمله الرياضي $E(X)$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة,عينه مع التعليل .

1) الدالة الأصلية F والتي تحقق $F(1)=0$ للدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ بـ : $f(x)=\dfrac{x+1}{x}$ هي الدالة :

أ) $F(x)=x-1+\ln x$ ب) $F(x)=1-x+\ln x$ ج) $F(x)=\ln\left(\dfrac{x+1}{x}\right)$

2) الحل العام للمعادلة التفاضلية $y'+3y=\dfrac{5}{2}$ هو الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$بـ :

أ) $y=ce^{3x}+\dfrac{5}{6}$ ب) $y=ce^{-3x}-\dfrac{5}{6}$ ج) $y=ce^{-3x}+\dfrac{5}{6}$

3) في قسم نهائي 30% متفوقين في مادة الرياضيات و 35% متفوقين في مادة العلوم الفيزيائية و 10% متفوقين في المادتين معا .احتمال أن يكون التلميذ متفوقا في مادة الرياضيات علما أنه متفوق في مادة العلوم الفيزيائية هو:

أ) $\dfrac{2}{7}$ ب) $\dfrac{1}{3}$ ج) $\dfrac{2}{13}$

4) المتتالية العددية (v_n) معرفة من أجل كل عدد طبيعي n بـ : $v_n=\ln(n+2)-\ln(n+1)$
من أجل كل عدد طبيعي n، $S_n=v_0+v_1+...+v_n$, S_n يساوي :

أ) $\ln(n+2)$ ب) $-\ln(n+1)$ ج) $1-\ln(n+1)$

التمرين الثالث: (04 نقاط)

(u_n) المتتالية العددية المعرفة بحدها الأول $u_0=0$ والعلاقة التراجعية: $u_{n+1}=\dfrac{2}{2\sqrt{2}-u_n}$

1) برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $u_n<\sqrt{2}$
2) بين أن المتتالية (u_n) متزايدة، ثم استنتج أنها متقاربة وأحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$
3) لتكن المتتالية (v_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n كما يلي: $v_n=\dfrac{u_n}{\sqrt{2}-u_n}$
   أ) بين أن المتتالية (v_n)حسابية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول.

ب) أكتب v_n بدلالة n , واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

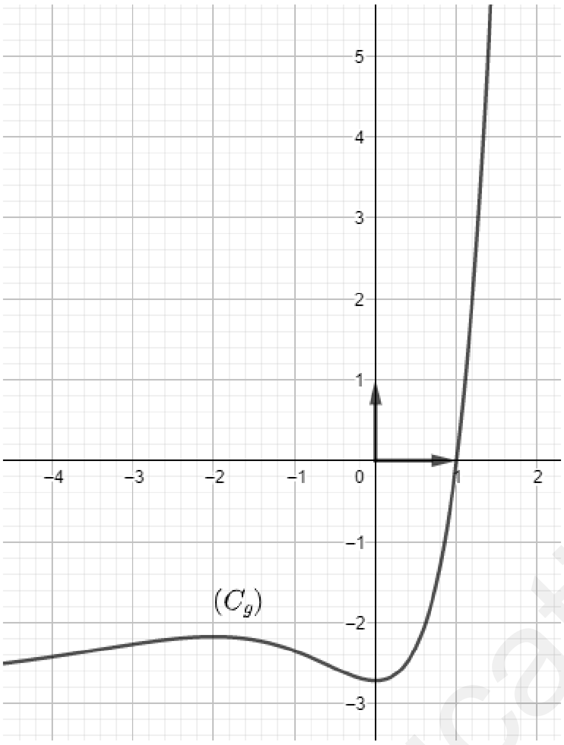
4) لتكن المتتالية (w_n) المعرفة من أجل كل عدد طبيعي n : $w_n = \ln(u_n)$, وليكن المجموع :

$$S_n = w_0 + w_1 + ... + w_n$$

-بين أن : $S_n = \frac{1}{2} n \ln 2 - \ln(n+1)$

التمرين الرابع: (08 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}$ كما يلي: $g(x) = x^2 e^x - e$ و (C_g) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (كما في الشكل المقابل)



1) احسب $g(1)$

2) بقراءة بيانية عين إشارة $g(x)$ ثم استنتج إشارة $g(-x)$ حسب قيم العدد الحقيقي x.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $\mathbb{R}^*$ كما يلي:

$$f(x) = e^{-x} - 2 - \frac{e}{x}$$

و (C_f) تمثيلها البياني في مستو منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$.

1) احسب النهايات الآتية: $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\<}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\>}} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، ثم فسر النتائج هندسيا

2) بيّن أنّ المنحنى (γ) الذي معادلته: $y = e^{-x} - 2$ والمنحنى (C_f) متقاربان بجوار $+\infty$ و $-\infty$، ثم ادرس وضعية المنحنى (C_f) بالنسبة إلى (γ)

3) بيّن أنّه: من أجل كل عدد حقيقي x غير معدوم لدينا:

$$f'(x) = \frac{-g(-x)}{x^2}$$

4) استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من المجالين $[-1;0[$ و $]0;+\infty[$ ومتناقصة تماما على المجال $]-\infty;-1]$، ثم شكل جدول تغيرات الدالة f

5) بيّن كيف يمكن إنشاء المنحنى (γ) انطلاقا من منحنى الدالة $x \longmapsto e^x$، ثم ارسم بعناية كلا من المنحنيين (γ) و (C_f) في نفس المعلم السابق

III) احسب A مساحة الحيز المحدد بـ (C_f) و (γ) والمستقيمات ذات المعادلات $x = e$ و $x = e^2$

انتهى الموضوع الثاني