الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية

وزارة التربية الوطنية

مديرية التربية لولاية المغير — ثانوية: شباب محمد بن بلقاسم

بكالوريا تجريبية دورة: 2022 — الشعبة: علوم تجريبية

اختبار في مادة: الرياضيات — المدة: 03 سا و 30 د

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:

الموضوع الأول

التمرين الأول : (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كل حالة من الحالات التالية:

01) لتكن في $]0\,;+\infty[$ المعادلة $\log\left(x^2+11x-2\right)=1+\log x$ المعادلة تقبل حل وحيد هو $x=1$

02) لتكن في المتراجحة $e^{-x}-2e^{x}<1$ حلول هذه المتراجحة هو $x=1$

03) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1;+\infty[$ بالشكل $f(x)=3x^2-\dfrac{1}{x+1}$ ، القيمة المتوسطة m للدالة f على المجال $[0;2]$ هي: $m=4-\ln\sqrt{3}$

04) (V_n) متتالية هندسية متقاربة حيث $V_0=8$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}(V_0+V_1+...+V_n)=12$ أساس المتتالية (V_n) هو $q=\dfrac{1}{3}$

التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس على أربع كريات بيضاء تحمل الأرقام 1 ; 1 ; 2 و 3 و ثلاث كريات سوداء تحمل الأرقام 1 ; 2 و 3 و كريتين حمراوين تحملان الرقمين 2 و 3 (الكريات متماثلة لا نفرق بينها عند اللمس)، نسحب عشوائيا من الكيس كريتين على التوالي دون إرجاع ، نرمز بـ α لرقم الكرية المسحوبة أولا و β لرقم الكرية المسحوبة ثانيا. نعتبر الحادثتين A و B حيث:

A : الحصول على كريتين من نفس اللون . B : الحصول على كريتين تحملان رقما فرديا

.1 أثبت أن: $P(A)=\dfrac{5}{18}$ ثم أحسب $P(B)$

ب− أحسب $P(A\cap B)$ ، ثم استنتج احتمال الحادثة:

" الحصول على كريتين من نفس اللون أو تحملان رقمين فرديين".

.2 ليكن X المتغير العشوائي الذي يرفق النتيجة بالعدد "$\alpha-\beta$"

أ− عين قيم المتغير العشوائي X ثم عين قانون احتماله ، أحسب أمله الرياضياتي.

التمرين الثالث: (05 نقاط):

المتتالية العددية (U_n) معرفة بـ: $U_1=5$ من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $U_{n+1}=\dfrac{5U_n-4}{1+U_n}$

.1 أ−تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $U_{n+1}=5-\dfrac{9}{U_n+1}$

ب− برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $U_n>2$

2. حدد اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

3. المتتالية (V_n) معرفة على * بـ: $V_n = \frac{3}{2-U_n}$

أ- تحقق أنه من أجل كل عدد طبيعي غير معدوم n: $V_{n+1} = \frac{U_n+1}{2-U_n}$ ثم بين أن المتتالية (V_n) حسابية أساسها -1

ب- أكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n ثم أحسب $\lim_{x\to+\infty} U_n$

4. نضع: $S = (V_1 - V_2) + (V_3 - V_4) + \ldots + (V_{4043} - V_{4044})$ أحسب S

التمرين الرابع: (07 نقاط)

I) نعتبر الدالة g المعرفة على كما يلي: $g(x) = 2 + (x-2)e^{-x+2}$

1- أدرس اتجاه تغير الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2- بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.14 < \alpha < 1.15$ ثم استنتج إشارة $g(x)$

II) لتكن الدالة f المعرفة على كما يلي: $f(x) = 2x - 1 - (x-1)e^{-x+2}$

(C_f) هو المنحنى الممثل للدالة f في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (حيث $\|\vec{i}\| = 2cm$ و $\|\vec{j}\| = 2cm$)

1- أ- أحسب كلا من : $\lim_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim_{x\to-\infty} f(x)$.

ب- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x فإن: $f'(x) = g(x)$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

ج- بين أن $f(\alpha) = 2\alpha + 1 + \frac{2}{\alpha - 2}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

2- أ- أثبت أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقاربا (Δ) معادلته $y = 2x - 1$ بجوار $+\infty$

ب- أدرس الوضع النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ).

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (Δ) يطلب تحديد معادلة له.

د- أحسب كلا من : $f(0)$ و $f(2)$ ثم أنشئ (Δ)، (T) و المنحنى (C_f).

3- عين بيانيا قيم الوسيط الحقيقي m حتى تقبل المعادلة $2m - 1 - (x-1)e^{-x+2} = 0$ حلين متمايزين.

III) نعتبر الدالة h المعرفة على بـ: $h(x) = (x-1)e^{-x+2}$

1- استعمال التكامل بالتجزئة عين الدالة الأصلية H للدالة h على و التي تنعدم عند 0.

2- ليكن λ عددا حقيقيا حيث: $\lambda > 1$ ، $A(\lambda)$ هي مساحة الحيز من المستوي المحددة بالمنحى (C_f) و المستقيم (Δ) و المستقيمين اللذين معادلتهما $x = \lambda$ و $x = 1$

- أحسب المساحة $A(\lambda)$ بدلالة λ ، ثم أحسب: $\lim_{x\to+\infty} A(\lambda)$

انتهى الموضوع الأول

الموضوع الثاني

التمرين الأول: (04 نقاط):

عين الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة مع التبرير:

01) الحل الخاص للمعادلة التفاضلية $y'-(\ln 2)y-\ln 8=0$ الذي يحقق $y(0)=1$ هو:

أ) $y=2^{x-1}+3$ ب) $y=2^{x+2}-3$ ج) $y=4e^{x}+1$

02) f دالة عددية معرفة على ب: $f(x)=3^{x-1}$ تقبل الاشتقاق على و دالتها المشتقة f' هي:

أ) $f'(x)=3^{x-1}\ln 3$ ب) $f'(x)=3\times\ln(x-1)$ ج) $f'(x)=3^{x-2}\times 3$

03) التكامل $\int_0^{\ln 2}\frac{e^{x+e^x}}{e^{e^x}-1}dx$ يساوي: أ) $\ln 2$ ب) $\ln(e-1)$ ج) $\ln(e+1)$

04) لتكن الدالة f المعرفة على $]0;+\infty[$ ب: $f(x)=\ln\left(e^{-x}+e^{20}\right)^{101}+\frac{2e^x}{e^x-1}$ المنحنى البياني (C_f) يقبل مستقيم مقارب أفقي ذو المعادلة :

أ) $y=1443$ ب) $y=1962$ ج) $y=2022$

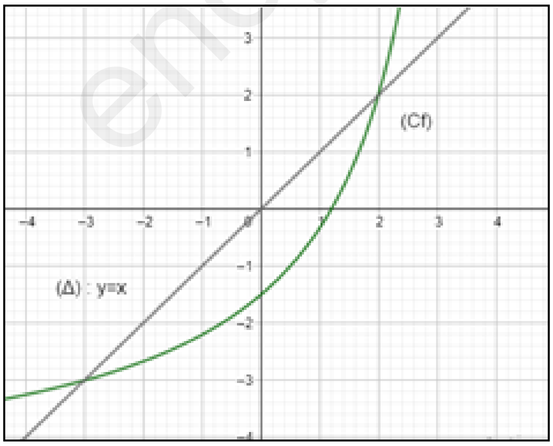
التمرين الثاني: (04 نقاط)

يحتوي كيس U_1 على كريتين تحملان الرقم 1 و أربع كريات تحمل الرقم 2، و كيس U_2 يحتوي على 7 كريات منها 3 حمراء و الباقي صفراء (الكريات لا نفرق بينها عند اللمس)، نسحب عشوائيا كرية من الكيس U_1 و نسجل رقمها، إذا كان الرقم 1 نقوم بسحب كرية واحدة من U_2 و إذا كان الرقم 2 نقوم بسحب كرتين في آن واحد من الكيس U_2 .

1. مثل الوضعية بشجرة احتمالات مناسبة.
2. لتكن الحوادث التالية: A : الكرية المسحوبة تحمل الرقم 1 . B : الكرية المسحوبة تحمل الرقم 2 .
C : الحصول بالضبط على كرية حمراء ، D : الحصول على كريتين حمراوين .
3. أحسب $P(A)$ ، $P(B)$ و بين أن: $P(C)=\frac{11}{21}$ ، $P(D)=\frac{2}{21}$ ثم أحسب $P_C(A)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد و المتجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$ ، f دالة معرفة على المجال $[-3;2]$ ب:
$f(x)=\frac{5x-6}{4-x}$ و ليكن (C_f) تمثيلها البياني كما هو موضح في الشكل المقابل



1. أدرس تغيرات الدالة f ثم شكل جدول تغيراتها.
2. أثبت أنه من أجل كل $x\in[-3;2]$ فإن: $f(x)\in[-3;2]$

II) α عدد حقيقي، (U_n) متتالية عددية معرفة بحدها الأول $U_0=\alpha$
و من أجل كل $n\in$: $U_{n+1}=f(U_n)$

– عين قيم العدد α حتى تكون (U_n) ثابتة . نضع $U_0=0$

1. انقل الشكل المقابل على ورقتك ثم مثل على محور الفواصل كل من الحدود U_0 ; U_1 ; U_2 و U_3 مبرزا خطوط الرسم (لا يطلب حساب الحدود).
2. ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (U_n) و تقاربها.
3. برهن بالتراجع من أجل كل $n \in$: $-3 < U_n < 2$
4. ادرس اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة.

$III)$ (V_n) متتالية عددية معرفة بـ: $V_n - 1 = \dfrac{5}{U_n - 2}$

1. أثبت أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها و حدها الأول.
2. اكتب عبارة V_n بدلالة n ثم استنتج عبارة U_n بدلالة n ، أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} U_n$.
3. أحسب بدلالة n المجموع S_n حيث: $S_n = \dfrac{5}{U_0 - 2} + \dfrac{5}{U_1 - 2} + \dfrac{5}{U_2 - 2} + \dots + \dfrac{5}{U_{n-1} - 2}$

<u>التمرين الرابع:</u> (07 نقاط)

$I)$ الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ كما يلي: $g(x) = x^2 - 2 + \ln x$

1- ادرس تغيرات الدالة g و شكل جدول تغيراتها.

2- بين ان المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α حيث: $1.31 < \alpha < 1.32$ ثم استنتج اشارة $g(x)$.

$II)$ لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]0;+\infty[$ كما يلي: $f(x) = x - e + \dfrac{1 - \ln x}{x}$

(C_f) التمثيل البياني للدالة f في المعلم المتعامد المتجانس $(O;\vec{i},\vec{j})$ (وحدة الطول $2cm$)

1- أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ ثم $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ >}} f(x)$ و فسر النتيجة هندسيا.

2- برهن أن المنحنى (C_f) يقبل مستقيم مقارب مائل (D) يطلب تعيين معادلته.

3- أدرس الوضعية النسبية للمنحنى (C_f) و المستقيم (D).

4- بين أنه من أجل كل x من $]0;+\infty[$ فإن: $f'(x) = \dfrac{g(x)}{x^2}$ ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

5- أثبت أن $f(\alpha) = 2\alpha - e - \dfrac{1}{\alpha}$ ثم استنتج حصرا للعدد $f(\alpha)$.

6- أ- بين أن المنحنى (C_f) يقبل مماسا (T) يوازي المستقيم (D) في نقطة يطلب تعيين احداثياتها.

ب- اكتب معادلة ديكارتية للمماس (T).

7- أنشئ (T) و المنحنى (C_f).

- نسمي $A(\alpha)$ مساحة الحيز من المستوي المحددة بالمنحى (C_f) و المستقيم (D) و المستقيمين $x = e$ و $x = \alpha$ بين أن: $A(\alpha) = 2(\alpha^2 - 1)^2 \; cm^2$

انتهى الموضوع الثاني