متقن لغريسي عبد العالي .الجلفة. دورة ماي 2022

القسم : 3 علوم تجريبية ونصف المدة : 03 ساعة

امتحان البكالوريا التجريبي في مادة الرياضيات

على الطالب أن يختار أحد الموضوعين التاليين

الموضوع الأول:

التمرين الأول:

لتكن المتتالية (U_n) المعرفة بـ : $U_0=\frac{1}{4}$ و من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=\frac{3U_n+2}{U_n+4}$

1) عين العددين الحقيقيين a و b حتى يكون من أجل كل عدد طبيعي n : $U_{n+1}=a+\frac{b}{U_n+4}$

2) أ) باستعمال البرهان بالتراجع بين أنه من أجل كل عدد طبيعي n $-2<U_n<1$

ب) برهن أن المتتالية (U_n) متزايدة تماما على $\mathbb{N}$.

جـ) هل المتتالية (U_n) متقاربة ؟

3) لتكن المتتالية (V_n) المعرفة كما يلي : $V_n=\frac{U_n+2}{1-U_n}$ من أجل كل عدد طبيعي n .

أ) بين أن المتتالية (V_n) هندسية يطلب تعيين أساسها وحدها الأول .

ب) اكتب V_n بدلالة n ثم استنتج U_n بدلالة n .

جـ) احسب المجموع : $S_n=\frac{1}{V_0}+\frac{5}{V_1}+\frac{5^2}{V_2}+\cdots+\frac{5^n}{V_n}$

التمرين الثاني:

يحتوي وعاء على n كرة بيضاء، 5 كرات حمراء و 3خضراء،نسحب عشوائيا كرتين في آن واحد.

1) ما هو احتمال الحصول على كرتين بيضاوين ؟

2) نرمز بـ $P(n)$ إلى احتمال الحصول على كرتين من نفس اللّون .

أ) أثبت أنّ : $P(n)=\frac{n^2-n+26}{(n+7)(n+8)}$

ب) أحسب $\lim_{n\to\infty}P(n)$ ثمّ فسّر النتيجة .

3) نضع $n=4$ يقوم لاعب بسحب كرتين من الوعاء في آن واحد ثمّ يرجعهما و يسحب كرتين أخريين.لإجراء هذين السحبين يدفع اللاّعب مبلغا قدره30 دينارا و بعد كلّ سحب يتحصّل على 40 دينار إذا كانت الكرتان من نفس اللّون، وإلاّ يتحصّل على 5 دنانير فقط.

ليكن X المتغيّر العشوائي الذي يرفق بكلّ سحبين ربح هذا اللاّعب .

أ) عيّن قيم المتغيّر العشوائي X .

ب) عيّن قانون الاحتمال للمتغيّر العشوائي X.

ج) أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$ للمتغيّر العشوائي X .

التمرين الثالث:

بين صحة أو خطأ كل من الجمل التالية مع التعليل:

1. الدالة $x \mapsto e^{-2x}$ هي حل المعادلة التفاضلية $y' = 2y$.
2. $\ln(3e^{\pi}) = \pi + \ln 3$.
3. المتراجحة $e^{1-2x} \succ e^{x+1}$ لا تقبل حلول في $\mathbb{R}$.
4. $\lim_{x \to -\infty} \ln(e^{x} + 4) = 2\ln 2$

التمرين الرابع:

I) نعتبر الدالة g المعرفة على $]-1,+\infty[$ بـ: $g(x) = x^2 + 2x + Ln(x+1)$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g ثم شكل جدول تغيراتها.

2) أحسب $g(0)$ ثم استنتج اشارة $g(x)$ على المجال $]-1,+\infty[$.

II) لتكن الدالة f المعرفة على المجال $]-1,+\infty[$ كما يلي : $f(x) = x - \frac{Ln(x+1)}{x+1}$, (C_f) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد و المتجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$.

1) أحسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

2) أ) بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x من المجال $]-1,+\infty[$ يكون : $f'(x) = \frac{g(x)}{(x+1)^2}$

ب) استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

جـ) استنتج أنه إذا كان $x \in [0,4]$ فإن $f(x) \in [0,4]$.

د) بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس وضعية (C_f) بالنسبة الى (Δ).

3) أرسم كلا من المستقيم (Δ) و المنحنى (C_f).

4) أحسب مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x = 0$ و $x = 1$.

III) (U_n) متتالية معرفة على المجموعة $\mathbb{N}$ بما يلي: $U_0 = 4$ و $U_{n+1} = f(U_n)$ من أجل كل عدد طبيعي n.

1) باستعمال المنحنى (C_f) والمستقيم (Δ) مثل على حامل محور الفواصل كل من U_0 , U_1 , U_2 , U_3 .

2) استنتج اتجاه تغير المتتالية (U_n) ثم استنتج أنها متقاربة

الموضوع الثاني:

التمرين الأول:

يحتوي كيس على 12 كرة منها 3 بيضاء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 3 و أربعة حمراء تحمل الأرقام 1 ، 1 ، 2 ، 2 و خمس خضراء تحمل الأرقام: 1 ، 2 ، 2 ، 2 ، 3 .

نسحب في آن واحد كرتين من هذا الكيس .

1) نعتبر الحادثتين : A : " سحب كرتين من نفس اللون " و B : " سحب كرة خضراء على الأقل " .

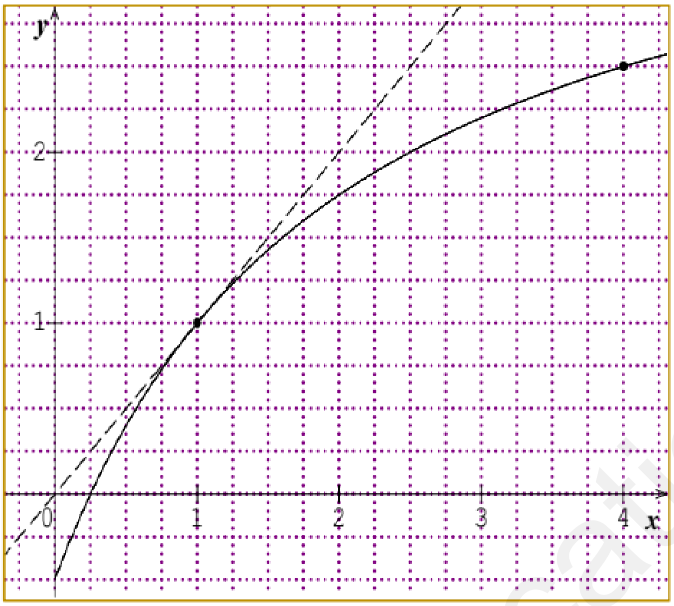
أ) أحسب احتمال الحوادث التالية : A ، B و $A \cap B$.

ب) هل الحادثتين: A و B مستقلتان ؟ .

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب كرتين مجموع الرقمين المسجلين عليهما .

عرِّف قانون الاحتمال للمتغير العشوائي X و أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين الثاني:



f معرفة على $[0;4]$ كما يلي: $f(x)=\frac{4x-1}{x+2}$ و (C) تمثيلها البياني في المعلم المتعامد والمتجانس، أنظر الشكل.

1. أستنتج اتجاه تغير f ، وتحقق أن المنصف الأول يمس المنحنى (C) في النقطة ذات الفاصلة 1 .

2. نعرف المتتالية (u_n) بـ : $\begin{cases} u_0=4 \\ u_{n+1}=f(n), n\in\mathbb{N} \end{cases}$

أ- أنقر الشكل ومثل على محور الفواصل الحدود: u_0، u_1 ، u_2 و u_3 للمتتالية (u_n) (دون حسابها موضحا خطوط الانشاء).

ب- أعط تخمينا فيما يخص اتجاه تغير المتتالية (u_n) ، وتخمينا حول تقاربها .

3. أ - برهن بالتراجع أنه من أجل كل عدد طبيعي n : $1 \prec u_n \leq 4$

ب- أثبت أن المتتالية (u_n) متناقصة ، واستنتج أنها متقاربة .

4. نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $v_n=\frac{1}{u_n-1}$

أ- أثبت أن المتتالية (v_n) حسابية يطلب تعيين أساسها ، وأحسب حدها الأول .

ب- أكتب بدلالة n عبارة v_n ، واستنتج عبارة u_n بدلالة n .

ت- أحسب $\lim_{n\to+\infty} u_n$

ث- أثبت أن من أجل $n\in\mathbb{N}$: $u_0v_0+u_1v_1+........+u_nv_n=\frac{n+1}{6}(8+n)$

التمرين الثالث:

اختر الإجابة الصحيحة مع التبرير في كل مما يلي:

	الجواب – أ -	الجواب – ب -	الجواب – ج -
حلول المعادلة التفاضلية $2y'+y-3=0$ هي	$y=ce^{\frac{-x}{2}}-3$	$y=ce^{\frac{-x}{2}}+2$	$y=ce^{\frac{-x}{2}}+3$
$\lim\limits_{x\to 0}\frac{\ln(x+e)-1}{x}$	e	e^{-1}	$2e$
حلول المتراجحة $\ln(-2x+1)<3$ هي	$S=\left]\frac{1-e^3}{2};\frac{1}{2}\right[$	$S=\left]-\infty;\frac{1}{2}\right[$	$S=\left]-\infty;\frac{1-e^3}{2}\right[$
إذا كان $f(x)=\ln(e^{2x}+1)$ فإن (C_f) يقبل	مقارب عمودي معادلته $x=-1$	مقارب أفقي معادلته $y=-1$ عند $-\infty$	مقارب مائل معادلته $y=2x$ عند $+\infty$

التمرين الرابع:

I) g دالة معرفة على $\mathbb{R}$ بـ : $g(x)=e^{x-2}+1-x$

1) ادرس اتجاه تغير الدالة g وشكل جدول تغيراتها.

2) استنتج إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=x-1+\frac{x}{e^{x-2}}$

(C_f) المنحنى الممثل لها في مستو مزود بمعلم متعامد ومتجانس $(o,\vec{\imath},\vec{\jmath})$ (وحدة الطول $1\,cm$).

1) أ) احسب النهايات عند حدود مجال التعريف.

ب) اثبت أن المستقيم (d) ذو المعادلة $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) عند $+\infty$.

جـ) ادرس وضعية (C_f) بالنسبة إلى (d).

2) اثبت أنه من أجل كل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=\frac{g(x)}{e^{x-2}}$ ثم استنتج اتجاه تغير الدالة f وشكل جدول تغيراتها.

3) أ) بين أن المنحنى (C_f) يقطع حامل محور الفواصل في نقطة واحدة فاصلتها α حيث $0{,}1<\alpha<0{,}2$

ب) اثبت أن المنحنى (C_f) يقبل نقطة انعطاف I يطلب تعيين احداثياتها.

جـ) عين معادلة المماس (T) الذي يوازي المستقيم (d).

4) ارسم (d) , (T) و (C_f).

5) ناقش بيانيا حسب قيم الوسيط الحقيقي m عدد وإشارة حلول المعادلة : $\frac{x}{e^{x-2}}=m+1$

6) أ) باستعمال المكاملة بالتجزئة عين H دالة أصلية للدالة h على $\mathbb{R}$ حيث : $h(x)=xe^{2-x}$ والتي تنعدم عند $x=-1$.

ب) احسب A مساحة الحيز المحدد بالمنحنى (C_f) والمستقيم (d) والمستقيمين $x=2$ و $x=0$.